100

$y=-x^2+10x-1 \quad \cdots ①$

$y=x^2+2(p+2)x+p^2-6p \quad \cdots ②$

①, ② が 2 点で交わるとき

(1) $\underline{-1<p<7}$

(2) ② → $y=\{x+(p+2)\}^2-10p-4$

頂 $(-p-2,\ -10p-4)$

求める軌跡の点を $P(X, Y)$ とする。

$$\begin{cases} X=-p-2 \\ Y=-10p-4 \end{cases} \Rightarrow$$

パラメータ p を消去。

$p=-X-2$

$Y=-10(-X-2)-4$

$\therefore Y=10X+16$

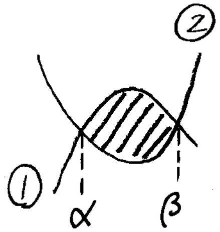
(ここで、(1) より

$-1<p<7 \iff -1<-X-2<7$

$\iff -9<X<-1$)

よって 点 P の軌跡は、直線 $\underline{y=10x+16\ (-9<x<-1)}$

(3)



①, ② の共有点の x 座標を $\alpha, \beta\ (\alpha<\beta)$ とする。

$x^2+2(p+2)x+p^2-6p=-x^2+10x-1$

$2x^2+(2p-6)x+p^2-6p+1=0.$

$\alpha+\beta=\boxed{}$, $\alpha\beta=\boxed{}$

$$S=\int_\alpha^\beta\left[-x^2+10x-1-\{x^2+2(p+2)x+p^2-6p\}\right]dx$$

$$=\int_\alpha^\beta\{-2x^2+(-2p+6)x-p^2+6p-1\}dx$$

$=$

解 (アイウ) $-1<p<7$ (エ〜キ) $10x+16$ (ク〜サ) $-9<x<-1$
(シス) $\dfrac{(\beta-\alpha)^3}{3}$ (セソタ) $-p^2+6p+7$ (チ) 3 (ツテト) $\dfrac{64}{3}$