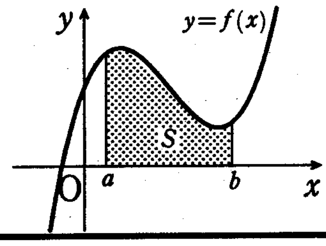
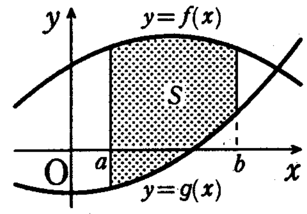
微分積分（４）　面積①

① x 軸の上方の面積 $S=\int_a^b f(x)dx$



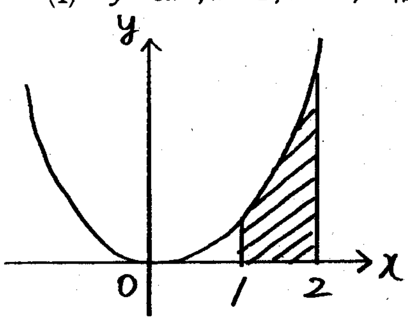
② 2曲線に挟まれた面積 $S=\int_a^b \{f(x)-g(x)\}dx$



1 基礎編［８４］

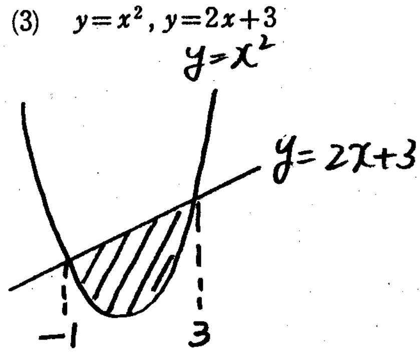
次の直線や曲線で囲まれた部分の面積 S を求めよ。

(1) $y=3x^2$, $x=1$, $x=2$, x 軸



$$S=\int_1^2 3x^2 dx$$
$$=\left[x^3\right]_1^2$$
$$=8-1$$
$$=\underline{7}$$

(3) $y=x^2$, $y=2x+3$



$$\left(\begin{array}{l} x^2=2x+3 \\ x^2-2x-3=0 \\ (x-3)(x+1)=0 \\ x=3,-1 \end{array}\right)$$

$$S=\int_{-1}^3 (2x+3-x^2)dx$$
$$=\left[x^2\right]_{-1}^3+3\left[x\right]_{-1}^3-\frac{1}{3}\left[x^3\right]_{-1}^3$$
$$=(9-1)+3(3+1)-\frac{1}{3}(27+1)$$
$$=8+12-\frac{28}{3}$$
$$=20-\frac{28}{3}=\underline{\frac{32}{3}}$$

③　x 軸の下方の面積

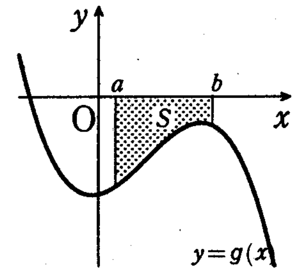
［上側］　直線 $y=0$（x 軸）

［下側］　曲線 $y=g(x)$

に挟まれたと見ると　$S=\int_a^b\{0-g(x)\}dx$

したがって、面積　$S=-\int_a^b g(x)dx$

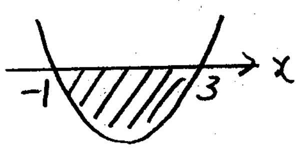
先頭に「マイナス」をつける。



2　基礎編［８４］

次の直線や曲線で囲まれた部分の面積 S を求めよ。

(2)　$y=x^2-2x-3$, x 軸



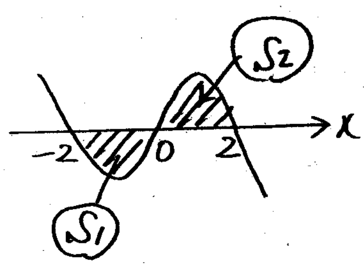
$y=(x-3)(x+1)$

$$S=-\int_{-1}^{3}(x^2-2x-3)dx$$
$$=-\frac{1}{3}\left[x^3\right]_{-1}^{3}+\left[x^2\right]_{-1}^{3}+3\left[x\right]_{-1}^{3}$$
$$=-\frac{1}{3}(27+1)+(9-1)+3(3+1)$$
$$=-\frac{28}{3}+8+12$$
$$=20-\frac{28}{3}=\underline{\frac{32}{3}}$$

(4)　$y=-x^3+4x$, x 軸

$y=-x(x^2-4)$

$=-x(x+2)(x-2)$



$$S_1=-\int_{-2}^{0}(-x^3+4x)dx$$
$$=\frac{1}{4}\left[x^4\right]_{-2}^{0}-2\left[x^2\right]_{-2}^{0}$$
$$=\frac{1}{4}(0-16)-2(0-4)$$
$$=-4+8=4$$

$$S_2=\int_{0}^{2}(-x^3+4x)dx$$
$$=-\frac{1}{4}\left[x^4\right]_{0}^{2}+2\left[x^2\right]_{0}^{2}$$
$$=-\frac{1}{4}(16-0)+2(4-0)$$
$$=-4+8=4$$

よって　$S=4+4=\underline{8}$

※基礎編［８５］、対策編［５０］、［５２］に取り組もう！