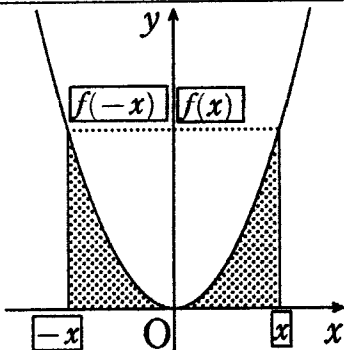


# 知っ得「偶関数と奇関数」

## < 1 > 偶関数と奇関数

① 偶関数 (例  $y=x^2$ 、 $y=x^4$ 、 $y=3$  など)

$f(-x)=f(x)$  となる関数  
( $y$  軸に関して対称なグラフ)

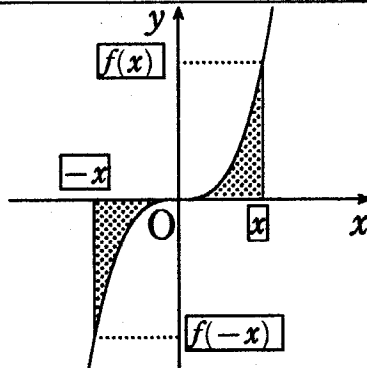


$f(x)$  が偶関数のとき

$$\int_{-a}^a f(x) dx = 2 \int_0^a f(x) dx$$

② 奇関数 (例  $y=x$ 、 $y=x^3$  など)

$f(-x)=-f(x)$  となる関数  
(原点に関して対称なグラフ)



$f(x)$  が奇関数のとき

$$\int_{-a}^a f(x) dx = 0$$

**例題** 次の定積分を求めよ。

$$\begin{aligned} & \int_{-2}^2 (x^3 + 3x^2 - 6x - 1) dx \\ &= 2 \int_0^2 (3x^2 - 1) dx \\ &= \int_0^2 (6x^2 - 2) dx \\ &= 2[x^3]_0^2 - 2[x]_0^2 \\ &= 2(8 - 0) - 2(2 - 0) = 16 - 4 = \underline{12} \end{aligned}$$

## < 2 > 定積分の性質

$$\textcircled{1} \int_a^a f(x) dx = 0 \quad \textcircled{2} \int_b^a f(x) dx = -\int_a^b f(x) dx \quad \textcircled{3} \int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$$

**証明**  $\int f(x) dx = F(x) + C$  ( $C$  は積分定数) とする。

$$\textcircled{1} \int_a^a f(x) dx = [F(x)]_a^a = F(a) - F(a) = 0$$

$$\textcircled{2} \int_b^a f(x) dx = [F(x)]_b^a = F(a) - F(b) = -[F(b) - F(a)] = -[F(x)]_a^b = -\int_a^b f(x) dx$$

$$\textcircled{3} \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx = [F(x)]_a^c + [F(x)]_c^b = F(c) - F(a) + F(b) - F(c)$$

$$= F(b) - F(a) = [F(x)]_a^b = \int_a^b f(x) dx$$