

剰余の定理

例 $P(x) = 2x^2 - 3x + 1$ を $x + 1$ で割ると余りは？

商を $Q(x)$ とおくと

$$\boxed{\text{割られる式} = \text{割る式} \times \text{商} + \text{余り}}$$

$$P(x) = 2x^2 - 3x + 1 = \underbrace{(x+1)}_{\substack{\uparrow \\ x = -1 \text{ を代入すると消える!!}}} Q(x) + 6$$

$$\begin{array}{r} 2x - 5 \\ x+1 \overline{) 2x^2 - 3x + 1} \\ \underline{2x^2 + 2x} \\ -5x + 1 \\ \underline{-5x - 5} \\ 6 \end{array}$$

だから、 $P(-1)$ を計算すると「余り」が求まる。

<剰余の定理> 整式 $P(x)$ を 1 次式 $x - k$ で割ったときの余りは $P(k)$

1 (1) $P(x) = x^3 - 2x + 1$ を $x - 2$ で割ったときの余りを求めよ。

(2) $P(x) = x^3 + ax^2 + 3x + 1$ を $x + 3$ で割ると 1 余るとき、定数 a の値を求めよ。

2 $x^{51} + 1$ を $x^2 - 1$ で割ったときの余りを求めよ。

3 整式 $P(x)$ を $x - 2$ で割ると余りが 5、 $x - 3$ で割ると余りが 9 である。 $P(x)$ を $(x - 2)(x - 3)$ で割ったときの余りを求めよ。

- 4 整式 $P(x)$ を $x^2 - 3x + 2$ で割ると余りが $-x + 4$, $x^2 - 4x + 3$ で割ると余りが $3x$ である。
 $P(x)$ を $x^2 - 5x + 6$ で割ったときの余りを求めよ。

- 5 整式 $P(x)$ を $(x-1)^2$ で割ると余りが $4x-5$, $x+2$ で割ると余りが -4 である。このとき,
 $P(x)$ を $(x-1)^2(x+2)$ で割ったときの余りを求めよ。