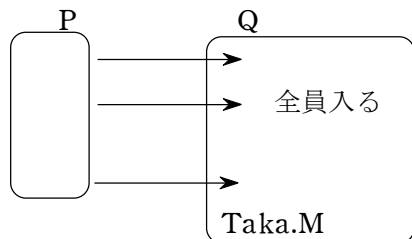


# 命題 (1) 真偽判定法と必要条件・十分条件

## <真偽判定法>

例 命題 「K高の生徒  $\Rightarrow$  北海道民」  
 $P \Rightarrow Q$

$P \subset Q$  なので、 $P \Rightarrow Q$  は「真」である。

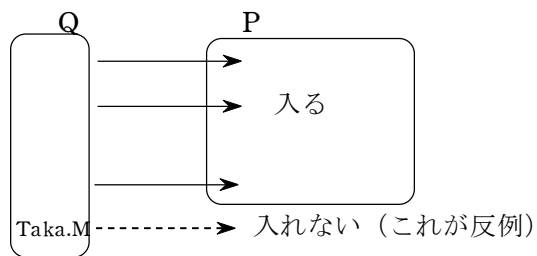


Q(もつと必要)  
 P(これで十分)  
 君たち Taka.M

P  $\Rightarrow$  Q が「真」  
 (+) (要)

例 命題 「北海道民  $\Rightarrow$  K高の生徒」  
 $Q \Rightarrow P$

$Q \Rightarrow P$  は「偽」である。反例は「Taka.Mなど」



1 次の命題の真偽を調べよ。また、偽であるときは反例をあげよ。

- (1)  $-2 \leq x \leq 1 \Rightarrow x < 3$       (2)  $x^2 = 9 \Rightarrow x = 3$

(3) 正三角形は二等辺三角形である。

2 次の  に当てはまるものを下の ① ~ ③ から1つずつ選べ。ただし、 $a, b, c, x, y$  は実数とする。

- ① 必要十分条件である      ② 必要条件であるが十分条件ではない  
 ③ 十分条件であるが必要条件ではない      ④ 必要条件でも十分条件でもない

(1)  $(a-1)(b-1)=0$  は、 $a=1$  かつ  $b=1$  であるための 。

$$(a-1)(b-1)=0 \begin{array}{c} \xrightarrow{\hspace{1cm}} \\ \xleftarrow{\hspace{1cm}} \end{array} a=1 \text{ かつ } b=1$$

(2)  $x+y \geq 2$  は、 $x, y$  の少なくとも一方が 2 以上であるための 。

$$x+y \geq 2 \begin{array}{c} \xrightarrow{\hspace{1cm}} \\ \xleftarrow{\hspace{1cm}} \end{array} x, y \text{ の少なくとも一方が } 2 \text{ 以上}$$

(3)  $\triangle ABC$  において、辺  $BC$  の中点を  $D$  とする。

$\triangle ABC$  が正三角形であることは、 $AD \perp BC$  であるための 。

$$\triangle ABC \text{ が正三角形} \begin{array}{c} \xrightarrow{\hspace{1cm}} \\ \xleftarrow{\hspace{1cm}} \end{array} AD \perp BC$$

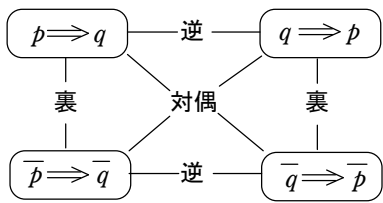
(4)  $ac = bc$  は、 $a = b$  であるための 。

$$ac = bc \begin{array}{c} \xrightarrow{\hspace{1cm}} \\ \xleftarrow{\hspace{1cm}} \end{array} a = b$$

(5)  $x > y$  は、 $x^2 > y^2$  であるための 。

$$x > y \begin{array}{c} \xrightarrow{\hspace{1cm}} \\ \xleftarrow{\hspace{1cm}} \end{array} x^2 > y^2$$

<命題の逆、裏、対偶>



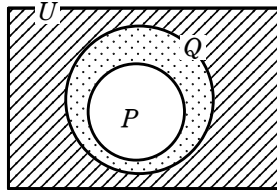
ド・モルガンの法則  

$$\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}, \quad \overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$$

$P \subset Q \iff \overline{Q} \subset \overline{P}$  が成り立つから、

命題  $P \Rightarrow Q$  と対偶  $\overline{Q} \Rightarrow \overline{P}$  の真偽は一致する。

真偽の判定がムズカシイときは、対偶を利用する。



3 次の命題の真偽を調べよ。

$x + y \leq 2$  または  $xy \leq 1 \implies x \leq 1$  または  $y \leq 1$

4 基礎編 [6]

次の  に当てはまるものを下の ① ~ ③ から 1 つずつ選べ。ただし、 $x, y$  は実数とする。

- ① 必要十分条件である      ② 必要条件であるが十分条件ではない  
 ③ 十分条件であるが必要条件ではない      ④ 必要条件でも十分条件でもない

(1)  $x = -1$  は、 $x^2 - x - 2 = 0$  であるための 。

(2) 四角形  $ABCD$  が長方形であることは、四角形  $ABCD$  が正方形であるための 。

(3)  $|3x - 2| > 4$  は、 $x \geq 2$  であるための 。

(4)  $(x - 1)(y - 1) = 0$  は、 $x, y$  の少なくとも一方が 1 であるための 。