２次関数（２）　　軸による最大・最小の場合分け

１．　区間内に軸があるか？ないか？で場合分け

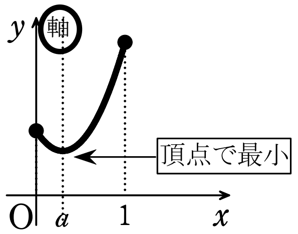
> ２次関数において、最大値、最小値をとる場所は
> 頂点（軸）　or　定義域の端点

例１　$f(x)=2(x-a)^2+3$　$(0\leqq x\leqq 1)$ の最小値 m を求めよ。

軸　　端点

答　最小値は　$\underbrace{f(a)}_{\text{(頂点の } y \text{ 座標)}}$　または　$\underbrace{f(0)\ \text{または}\ f(1)}_{\text{(端点の } y \text{ 座標)}}$　の３パターンある。

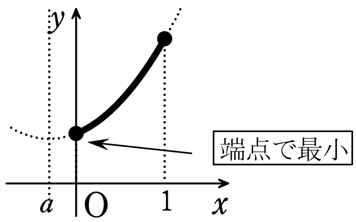
① $0\leqq a\leqq 1$ のとき



$m=f(a)$

$=3$

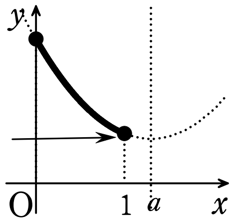
② $a\leqq 0$ のとき



$m=f(0)$

$=2a^2+3$

③ $a\geqq 1$ のとき



$m=f(1)$

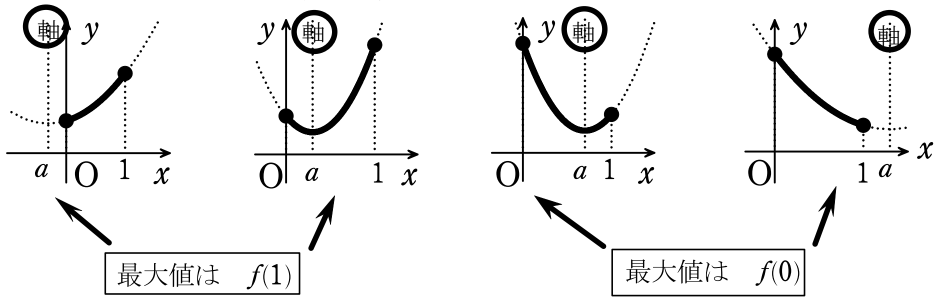
$=2a^2-4a+5$

$\boxed{1}$　２次関数 $f(x)=(x-a)^2+2a+1$　$(x\geqq 0)$ の最小値が４になるような定数 a の値を求めよ。

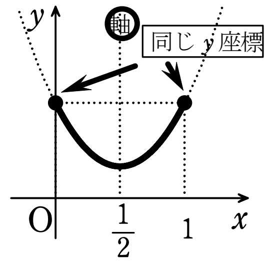
２．　頂点で最大値（最小値）をとらない場合

例２　$y=(x-a)^2-a^2+1$ $(0\leqq x\leqq 1)$ の最大値を求めよ。

<イメージ>　軸が「左から右へ」移動する様子を見ると…

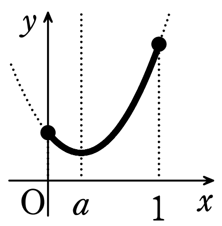


この２パターンの場合分けの方法は**「区間の真ん中で分ける」**

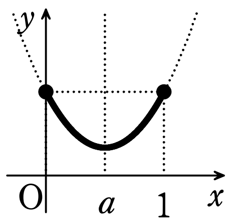


軸が、定義域の真ん中にある場合、右図のように、
両端（２カ所）で最大値をとる。

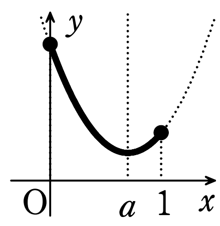
答　①　$a\leqq\frac{1}{2}$ のとき　　②　$a=\frac{1}{2}$ のとき　　③　$a\geqq\frac{1}{2}$ のとき



最大値　$f(1)=2-2a$



最大値　$f(1)=f(0)=1$



最大値　$f(0)=1$

2　<u>基礎編［１１］改題</u>

m を定数とする。2 次関数 $y=-x^2+2mx$ の $1\leqq x\leqq 3$ における最小値を、次のそれぞれの場合について求めよ。

（1）　$m<2$　　（2）　$m=2$　　（3）　$2<m$

解答　□ に凸の放物線なので、頂点で最小値は (取れる　or　取れない) 。

したがって、軸が (定義域の左･中･右　or　定義域の中央の左・右) で場合分けすればよい。

※対策編［５］に取り組もう！