2次関数（2）　軸による最大・最小の場合分け

1．区間内に軸があるか？ないか？で場合分け

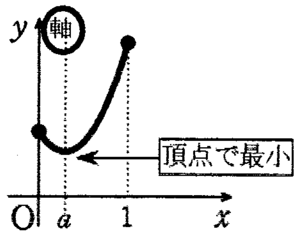
> 2次関数において、最大値、最小値をとる場所は
> 頂点（軸）　or　定義域の端点

例1　$f(x)=2(x-a)^2+3$　$(0\leqq x\leqq 1)$ の最小値 m を求めよ。

軸　　端点

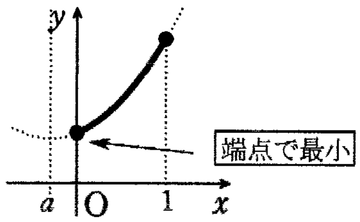
答　最小値は　$\underline{f(a)}$　または　$\underline{f(0)\ \text{または}\ f(1)}$　の3パターンある。
（頂点の y 座標）　（端点の y 座標）

① $0\leqq a\leqq 1$ のとき



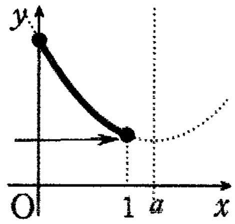
$m=f(a)$
$=3$

② $a\leqq 0$ のとき



$m=f(0)$
$=2a^2+3$

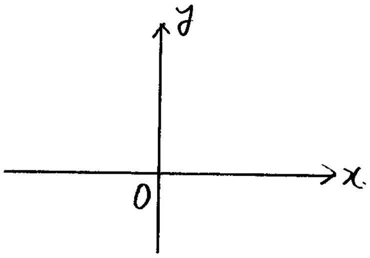
③ $a\geqq 1$ のとき



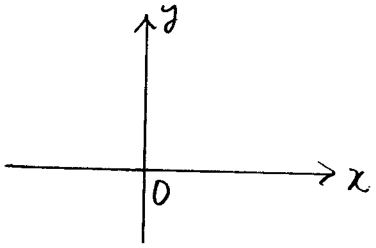
$m=f(1)$
$=2a^2-4a+5$

1　2次関数 $f(x)=(x-a)^2+2a+1$　$(x\geqq 0)$ の最小値が4になるような定数 a の値を求めよ。

[1] $\boxed{}$ のとき



[2] $\boxed{}$ のとき

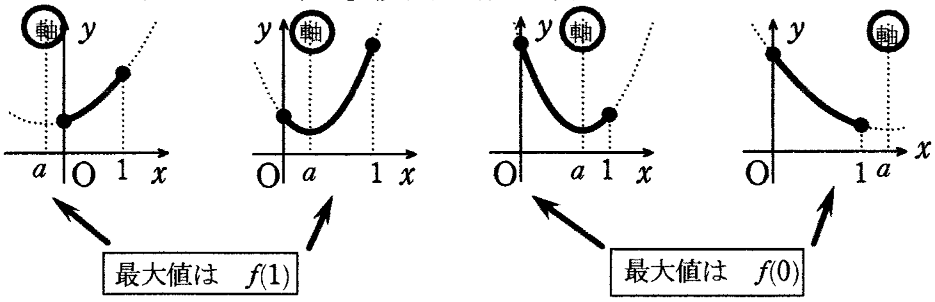


解　$\underline{a=\frac{3}{2}\ ,\ -3}$ //

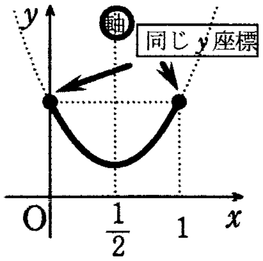
2．　頂点で最大値（最小値）をとらない場合

例2　$y=(x-a)^2-a^2+1$ $(0\leqq x\leqq 1)$ の最大値を求めよ。

<イメージ>　軸が「左から右へ」移動する様子を見ると…

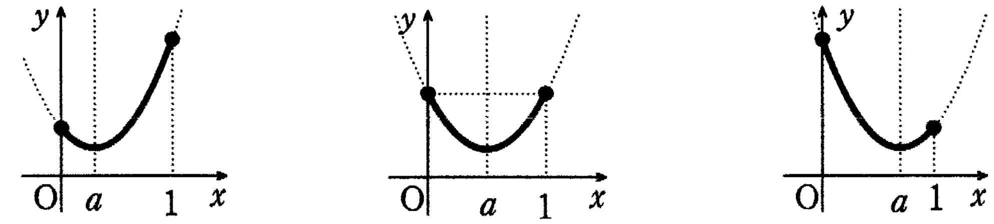


この２パターンの場合分けの方法は「**区間の真ん中で分ける**」



軸が、定義域の真ん中にある場合、右図のように、
両端（２カ所）で最大値をとる。

答　①　$a\leqq\frac{1}{2}$ のとき　　②　$a=\frac{1}{2}$ のとき　　③　$a\geqq\frac{1}{2}$ のとき



最大値　$f(1)=2-2a$　　最大値　$f(1)=f(0)=1$　　最大値　$f(0)=1$

$\boxed{2}$ 基礎編［１１］改題

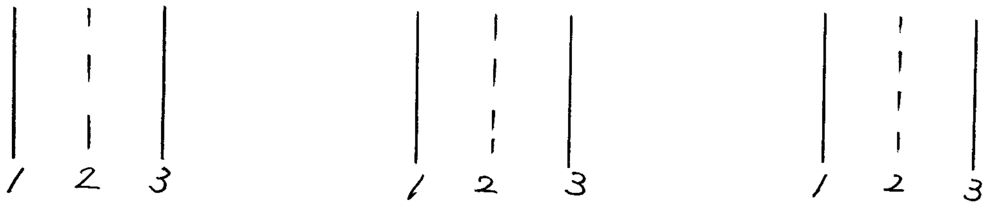
m を定数とする。２次関数 $y=-x^2+2mx$ の $1\leqq x\leqq 3$ における最小値を、次のそれぞれの場合について求めよ。

（１）　$m<2$　　（２）　$m=2$　　（３）　$2<m$

解答　$\boxed{}$ に凸の放物線なので、頂点で最小値は（取れる　or　取れない）。

したがって、軸が（定義域の左･中･右　or　定義域の中央の左・右）で場合分けすればよい。

(1) $m<2$ のとき　　(2) $m=2$ のとき　　(3) $2<m$ のとき



解 (1) $6m-9$　(2) 3　(3) $2m-1$

※対策編［５］に取り組もう！