

2次関数 (3) 変域が動く最大・最小の場合分け

1  $a$ は正の定数とする。 関数  $y = -2x^2 + 8x + 1$  ( $0 \leq x \leq a$ ) について、次の問いに答えよ。

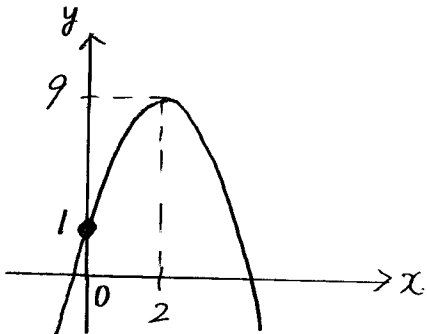
(1) 最大値を求めよ。

(2) 最小値を求めよ。

$$\begin{aligned} y &= -2(x^2 - 4x) + 1 \\ &= -2(x-2)^2 + 8 + 1 \\ &= -2(x-2)^2 + 9 \end{aligned}$$

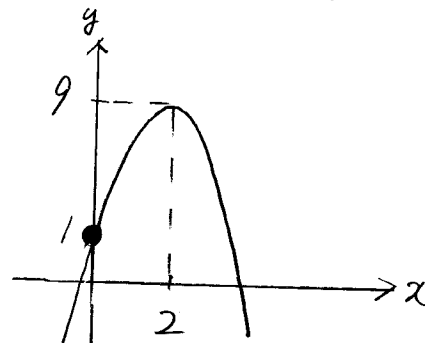
(1) 最大値の場合分け

[1]  のとき



最大値

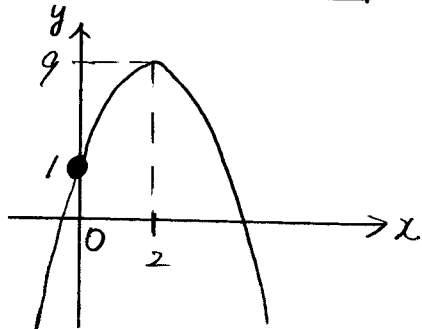
[2]  のとき



最大値

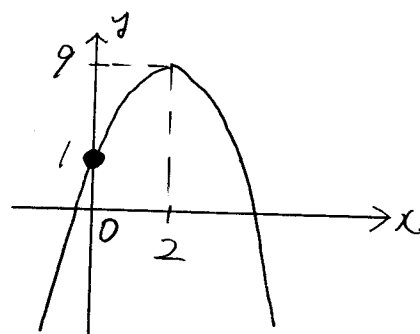
(2) 最小値の場合分け

[1]  のとき



最小値

[2]  のとき



最小値

解 (1)  $\begin{cases} 0 < a \leq 2 \text{ のとき} & -2a^2 + 8a + 1 & (x=a) \\ 2 \leq a \text{ のとき} & 9 & (x=2) \end{cases}$

(2)  $\begin{cases} 0 < a \leq 4 \text{ のとき} & 1 & (x=0) \\ 4 \leq a \text{ のとき} & -2a^2 + 8a + 1 & (x=a) \end{cases}$

2 関数  $f(x) = -x^2 + 4x + 5$  ( $a \leq x \leq a+2$ ) について、次の問いに答えよ。

(1) 最大値を求めよ。

(2) 最小値を求めよ。

$$\begin{aligned} f(x) &= -(x^2 - 4x) + 5 \\ &= -(x-2)^2 + 4 + 5 \\ &= -(x-2)^2 + 9 \end{aligned}$$

(1) <ポイント> 頂点で最大値をとれる。

<p>[1] <input style="width: 100%;" type="text"/> のとき</p> <div style="text-align: center;"> <math>a</math>                  <math>a+2</math> </div> <p>Max <input style="width: 100%;" type="text"/></p>	<p>[2] <input style="width: 100%;" type="text"/> のとき (つまり <input style="width: 100%;" type="text"/>)</p> <div style="text-align: center;"> <math>a</math>                  <math>a+2</math> </div> <p>Max <input style="width: 100%;" type="text"/></p>	<p>[3] <input style="width: 100%;" type="text"/> のとき (つまり <input style="width: 100%;" type="text"/>)</p> <div style="text-align: center;"> <math>a</math>                  <math>a+2</math> </div> <p>Max <input style="width: 100%;" type="text"/></p>
---	---	---

(2) <ポイント> 頂点で最小値をとれる。

<p>[1] <input style="width: 100%;" type="text"/> のとき (つまり <input style="width: 100%;" type="text"/>)</p> <div style="text-align: center;"> <math>a</math>                  <math>a+2</math> </div> <p>Min <input style="width: 100%;" type="text"/></p>	<p>[2] <input style="width: 100%;" type="text"/> のとき (つまり <input style="width: 100%;" type="text"/>)</p> <div style="text-align: center;"> <math>a</math>                  <math>a+2</math> </div> <p>Min <input style="width: 100%;" type="text"/></p>
---	---

解

$$(1) \begin{cases} a < 0 \text{ のとき} & -a^2 + 9 \quad (x = a+2) \\ 0 \leq a \leq 2 \text{ のとき} & 9 \quad (x = 2) \\ 2 < a \text{ のとき} & -a^2 + 4a + 5 \quad (x = a) \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} a \leq 1 \text{ のとき} & -a^2 + 4a + 5 \quad (x = a) \\ 1 \leq a \text{ のとき} & -a^2 + 9 \quad (x = a+2) \end{cases}$$