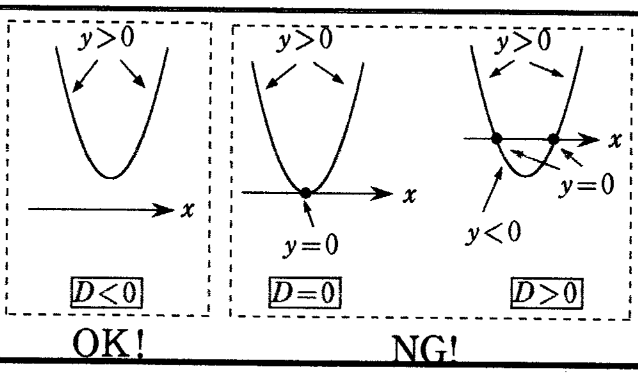
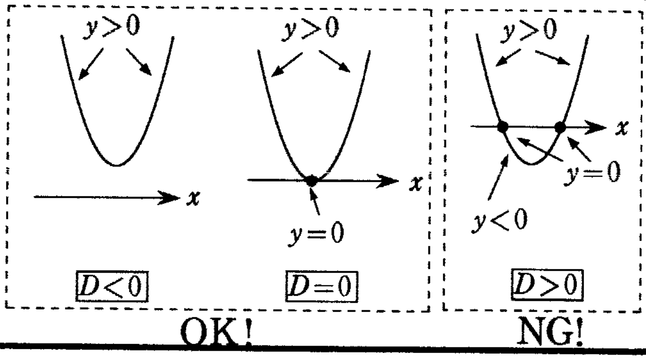
すべての実数 x で、$ax^2+bx+c>0$

$\Leftrightarrow$ $a>0$ かつ $D<0$



すべての実数 x で、$ax^2+bx+c\geqq0$

$\Leftrightarrow$ $a>0$ かつ $D\leqq0$



1 基礎編［１３］

次の①～③のうち、解が「すべての実数」である不等式を１つ選べ。ただし、a は正の定数とする。

① $(x-a)^2>0$　　② $(x-a)^2\leqq0$　　③ $x^2-2ax+2a^2>0$

解 ③

2 基礎編［１２］(３)

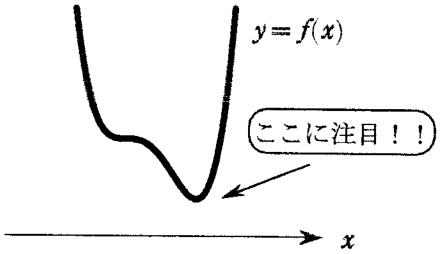
a を定数とする。２次関数 $f(x)=x^2+2x-3$ 、$g(x)=-x^2+2ax-a^2+a+3$ について、$f(x)-g(x)>0$ がつねに成り立つような a の値の範囲を求めよ。

つねに $f(x)-g(x)>0 \Leftrightarrow$ つねに $2x^2+2(1-a)x+a^2-a-6>0$

解 $a<-\sqrt{13}$, $\sqrt{13}<a$

※対策編［７］に取り組もう！

すべての x に対して、$f(x) \geqq 0 \iff f(x)$ の最小値 $\geqq 0$

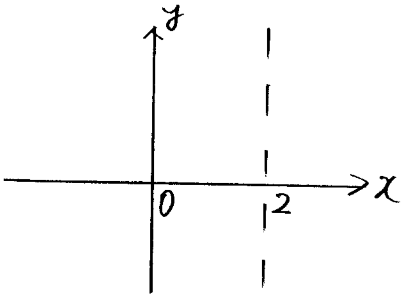


3　$0 \leqq x \leqq 2$ の範囲において，常に 2 次不等式 $x^2-2mx+1>0$ が成り立つような定数 m の値の範囲を求めよ。

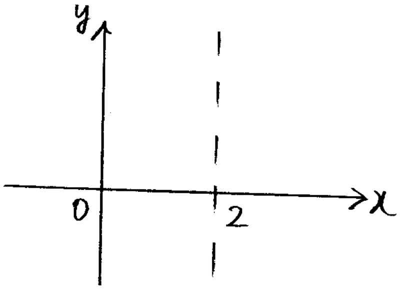
$$y = x^2 - 2mx + 1$$
$$= (x-m)^2 - m^2 + 1$$

$0 \leqq x \leqq 2$ で、つねに $y>0$
$\iff$ $0 \leqq x \leqq 2$ で Min >0 となればよい。

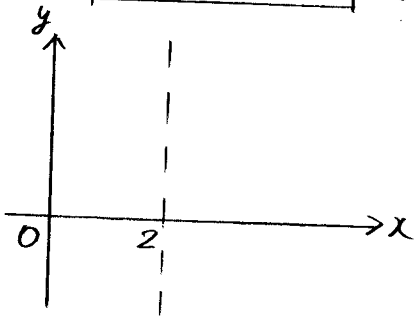
[1] のとき



[2] のとき



[3] のとき



解　$m<1$