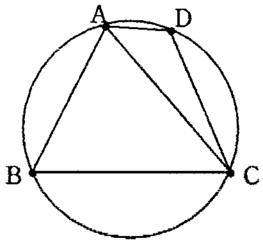
三角比（4）　円に内接する四角形

1 **基礎編［１８］**

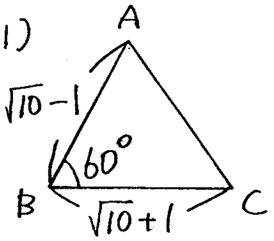
円に内接する四角形$ABCD$において、$AB=\sqrt{10}-1$、$BC=\sqrt{10}+1$、$AD=1$、$\angle ABC=60^\circ$とする。このとき、次のものを求めよ。

（１）AC　（２）$\angle ADC$　（３）CD

（４）四角形$ABCD$の外接円の半径 R　（５）四角形$ABCD$の面積 S

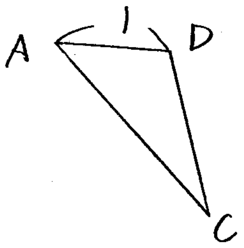


(1)

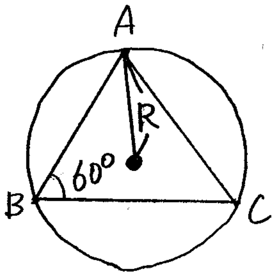


(2) $\angle ADC = \boxed{}$

(3)



(4)

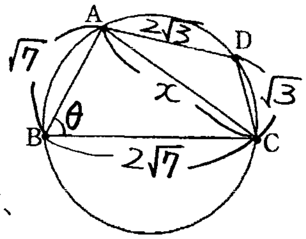


(5)

解 (1) $\sqrt{13}$ (2) 120° (3) 3 (4) $\frac{\sqrt{39}}{3}$ (5) $3\sqrt{3}$

2 対策編［11］

点 O を中心とする円 O の円周上に4点 A、B、C、D がこの順にある。四角形 $ABCD$ の辺の長さはそれぞれ $AB=\sqrt{7}$、$BC=2\sqrt{7}$、$CD=\sqrt{3}$、$DA=2\sqrt{3}$ であるとする。$\angle ABC=\theta$、$AC=x$ とおくと、$\triangle ABC$ に着目して、$x^2=\boxed{アイ}-28\cos\theta$ となる。また、$\triangle ACD$ に着目して、$x^2=15+\boxed{ウエ}\cos\theta$ となる。よって、$\cos\theta=\dfrac{\boxed{オ}}{\boxed{カ}}$、$x=\sqrt{\boxed{キク}}$ であり、円 O の半径は $\sqrt{\boxed{ケ}}$ である。また、四角形 $ABCD$ の面積は $\boxed{コ}\sqrt{\boxed{サ}}$ である。 (11センター本試験)



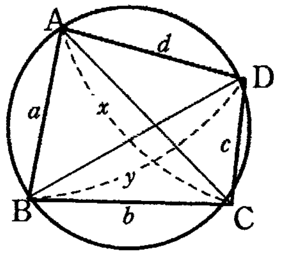
$\triangle ABC$ に着目して　$x^2=$

$\triangle ACD$ に着目して　$x^2=$

解 (アイ) 35 (ウエ) 12 (オカ) $\frac{1}{2}$ (キク) $\sqrt{21}$ (ケ) $\sqrt{7}$ (コサ) $5\sqrt{3}$

<裏技>　円に内接する四角形のとき限定

① トレミーの定理 $xy=ac+bd$



② 対角線の分比を求める

$AP:CP=\triangle ABD:\triangle CBD$

$=\dfrac{1}{2}ad\sin A:\dfrac{1}{2}bc\sin C$

$=ad:bc$

同様に　$BP:DP=ab:cd$