整数（6）　n 進法・その他有名問題セレクション

1　3進数 $1212_{(3)}$ を10進法で表せ。

3^3の位	3^2の位	3の位	1の位
1	2	1	2

$$1\cdot 3^3 + 2\cdot 3^2 + 1\cdot 3 + 2$$
$$= 27 + 18 + 3 + 2$$
$$= \underline{50}$$

2 [基礎編４５抜粋]
10進法の整数 345 を 3 進法で表せ。

$$\begin{array}{r|l}
3 & 345 \\
3 & 115 \cdots 0 \\
3 & 38 \cdots 1 \\
3 & 12 \cdots 2 \\
3 & 4 \cdots 0 \\
 & 1 \cdots 1
\end{array}$$

よって

$$\underline{110210_{(3)}}$$

3　8進法で書いた3桁の数 $abc_{(8)}$ を7進法に直したら、$cba_{(7)}$ になった。この数を10進法で表せ。

$$N = 64a + 8b + c = 49c + 7b + a$$
$$63a + b = 48c$$
$$b = 3(16c - 21a)$$

b は 3 の倍数かつ $0 \leqq b \leqq 6$

よって $b = 0$ or 3 or 6

[1] $b = 0$ のとき　$21a = 16c$

$1 \leqq a \leqq 6$，$1 \leqq c \leqq 6$ より 不適

[2] $b = 3$ のとき　$21a + 1 = 16c$

$1 \leqq a \leqq 6$ より　$a = 3$，$c = 4$

[3] $b = 6$ のとき　$21a + 2 = 16c$

$$21a = 2(8c - 1)$$

$a = 2$ or 4 or 6

$16c = 44$ 不適　　$16c = 86$ 不適　　$16c = 128$ $c = 8$ 不適

[1]～[3] より　$a = 3$，$b = 3$，$c = 4$

よって $N = 64\cdot 3 + 8\cdot 3 + 4 = \underline{220}$

※対策編［２５］に取り組もう！

4 540の正の約数の個数と総和を求めよ。

$$5\,\underline{)\,540}$$
$$2\,\underline{)\,108}$$
$$2\,\underline{)\,54}$$
$$3\,\underline{)\,27}$$
$$3\,\underline{)\,9}$$
$$3$$

$504 = 2^2 \times 3^3 \times 5$

個数 $3 \times 4 \times 2 = \underline{24個}$

総和 $(1+2+2^2)\times(1+3+3^2+3^3)\times(1+5)$

$= 7 \times 40 \times 6 = \underline{1680}$

5 1から600までの自然数の積 $N=1\cdot2\cdot3\cdots\cdots600$ を計算すると，末尾には0が連続して何個並ぶか。

$1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot5\cdots25\cdots125\cdots600$

5	25	125	600
○	○	○	○
	○	○	○
		○	○

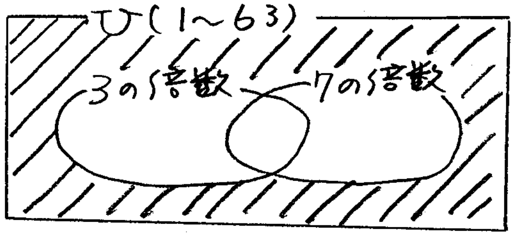
1〜600の中で　5の倍数 … 120個

5^2 〃 … 24個

5^3 〃 … 4個

計 148個

6 自然数 n に対して，n 以下の自然数で，n と互いに素であるような自然数の個数を $f(n)$ とする。このとき，$f(63)$ の値を求めよ。$(63=3^2\times7)$



1〜63の中で
3の倍数 … 21個
7 〃 … 9個
21 〃 … 3個

よって　$63-(21+9-3) = 63-27 = \underline{36個}$

別解

$63 \times \underbrace{\left(1-\frac{1}{3}\right)}_{3の倍数でない} \times \underbrace{\left(1-\frac{1}{7}\right)}_{7の倍数でない} = \underline{36個}$

7 n は整数とする。$n^2-24n+80$ が素数となるような n をすべて求めよ。

$n^2-24n+80=(n-4)(n-20)$

$n-4=\pm1$ or $n-20=\pm1$

$n=5$ or 3 or 21 or 19

[1] $n=5$ のとき与式 $=1\cdot(-15)$　不適

[2] $n=3$ のとき与式 $=(-1)\cdot(-17)=17$　適する

[3] $n=21$ のとき与式 $=17\cdot1=17$　適する

[4] $n=19$ のとき与式 $=15\cdot(-1)$　不適

[1]〜[4]より　$\underline{n=3,\ 21}$