

# 三角関数（3） 三角関数の合成①

## 三角関数の合成

$P(a, b)$  を用意する。

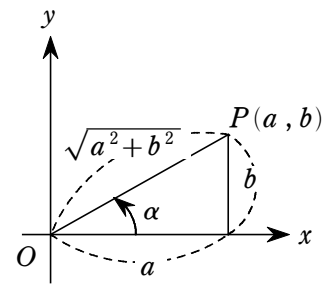
$$a \sin \theta + b \cos \theta$$

$$= \sqrt{a^2 + b^2} \left( \sin \theta \cdot \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} + \cos \theta \cdot \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right)$$

$OP$  の長さ
 $\cos \alpha$ 
 $\sin \alpha$

$$= \sqrt{a^2 + b^2} (\sin \theta \cos \alpha + \cos \theta \sin \alpha)$$

$$= \sqrt{a^2 + b^2} \sin(\theta + \alpha) \quad \left( \text{ただし, } \cos \alpha = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}, \sin \alpha = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right)$$

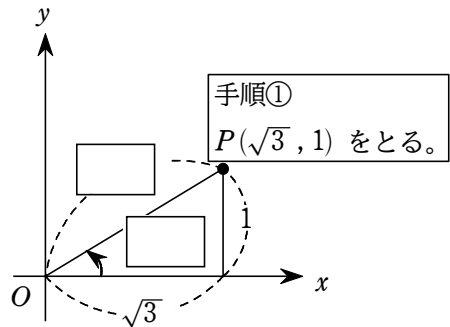


以上の原理を利用して、実際は次のように簡略的に解く。

例  $\sqrt{3} \sin \theta + \cos \theta = \square \sin(\theta + \square)$

手順②  
 $OP$  の長さを求める。

手順③  
 $OP$  が  $x$  軸から回転した角を求める。(正 or 負)



例題1 次の式を  $r \sin(\theta + \alpha)$  の形に変形せよ。ただし、 $r > 0$ ,  $-\pi < \alpha < \pi$  とする。

(1)  $\sin \theta + \cos \theta$

(2)  $\sqrt{3} \sin \theta - \cos \theta$

(3)  $3 \sin \theta + 4 \cos \theta$

例題2  $0 \leq x < 2\pi$  のとき、方程式  $\sin x - \sqrt{3} \cos x = 1$  を解け。

1  $0 \leq x < 2\pi$  のとき、方程式  $\sqrt{3} \sin x - \cos x = \sqrt{2}$  を解け。

発展  $\cos$  に合成する

$P(a, b)$  を用意する。

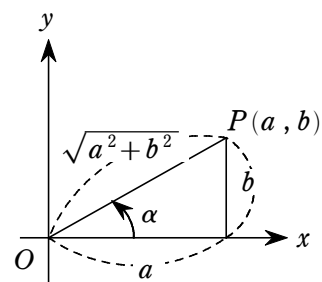
$$a \cos \theta + b \sin \theta$$

$$= \sqrt{a^2 + b^2} \left( \cos \theta \cdot \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} + \sin \theta \cdot \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right)$$

$$\begin{matrix} \boxed{OP \text{ の長さ}} & & \boxed{\cos \alpha} & & \boxed{\sin \alpha} \end{matrix}$$

$$= \sqrt{a^2 + b^2} (\cos \theta \cos \alpha + \sin \theta \sin \alpha)$$

$$= \sqrt{a^2 + b^2} \cos(\theta - \alpha)$$



以上、共通テストを意識して「太郎と花子」対策でした。