

## 三角関数（5） 半角の公式

---

2倍角の公式  $\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha$      $\cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1$  を変形して

$$2\sin^2\alpha = 1 - \cos 2\alpha \quad 2\cos^2\alpha = 1 + \cos 2\alpha \quad \Rightarrow \quad \frac{2\sin^2\alpha}{2\cos^2\alpha} = \frac{1 - \cos 2\alpha}{1 + \cos 2\alpha}$$

**半角の公式** ※「次数下げ」の道具です。

$$\textcircled{1} \quad \sin^2\alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2} \quad \textcircled{2} \quad \cos^2\alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2} \quad \textcircled{3} \quad \tan^2\alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{1 + \cos 2\alpha}$$

※教科書では、「半角」を  $\frac{\alpha}{2}$  で表現するために、上記の  $\alpha$  を  $\frac{\alpha}{2}$  に置き換えて

$$\textcircled{1} \quad \sin^2\frac{\alpha}{2} = \frac{1 - \cos\alpha}{2} \quad \textcircled{2} \quad \cos^2\frac{\alpha}{2} = \frac{1 + \cos\alpha}{2} \quad \textcircled{3} \quad \tan^2\frac{\alpha}{2} = \frac{1 - \cos\alpha}{1 + \cos\alpha}$$

としている。問題の設定に合わせて使い分けてください。

**例題1**  $f(\theta) = \sin^2\theta + \sin\theta\cos\theta + 2\cos^2\theta$  ( $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ ) の最大値と最小値を求めよ。

1 関数  $f(\theta) = 8\sqrt{3}\cos^2\theta + 6\sin\theta\cos\theta + 2\sqrt{3}\sin^2\theta$  ( $0 \leq \theta \leq \pi$ ) の最大値と最小値を求めよ。