

## 指数と対数 (1) 指数法則・指数関数

- (1)  $a \neq 0$  で,  $n$  が正の整数のとき ①  $a^0 = 1$  ②  $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$
- (2) **指数関数**  $a > 0, b > 0$  で,  $r, s$  が有理数のとき  
 ①  $a^r a^s = a^{r+s}$  ②  $a^r \div a^s = \frac{a^r}{a^s} = a^{r-s}$  ③  $(a^r)^s = a^{rs}$  ④  $(ab)^r = a^r b^r$
- (3)  $a > 0$  で,  $m, n$  が正の整数,  $r$  が正の有理数のとき  $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$
- (4) **累乗根の性質**  $a > 0, b > 0$  で,  $m, n, p$  が正の整数のとき  
 ①  $\sqrt[n]{a} \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$  ②  $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$  ③  $(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}$

1 次の式を計算せよ。

(1)  $6^0$  (2)  $4^{-2}$  (3)  $\sqrt[3]{4} \sqrt[3]{54}$

(4)  $\sqrt[3]{\sqrt{64}}$  (5)  $49^{\frac{1}{2}}$  (6)  $16^{-\frac{3}{4}}$

2  $a > 0, b > 0$  とする。次の式を計算せよ。

(1)  $(a^{-4})^{-2}$  (2)  $\sqrt[4]{a^3} \times \sqrt{a} \div \sqrt[6]{a^5}$

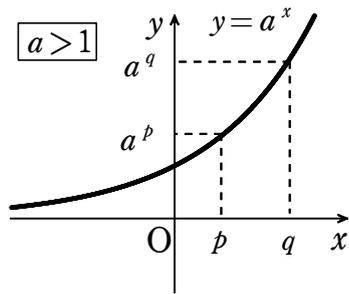
(3)  $(a^{\frac{1}{2}} b^{-\frac{3}{2}})^{\frac{1}{2}} \times a^{\frac{3}{4}} \div b^{-\frac{3}{4}}$

3  $2^x + 2^{-x} = 3$  のとき, 次の式の値を求めよ。

(1)  $2^{2x} + 2^{-2x}$  (2)  $2^{3x} + 2^{-3x}$

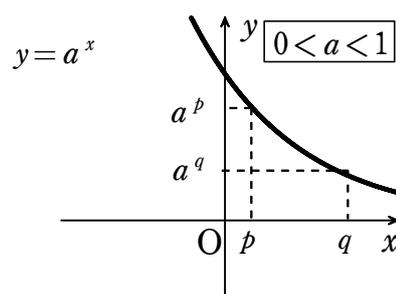
4  $a > 0, a^{2x} = 5$  のとき,  $a^x + a^{-x}$  の値を求めよ。

<指数関数  $y = a^x$  の性質>



①  $a > 1$  のとき

$$p < q \iff a^p < a^q$$



②  $0 < a < 1$  のとき

$$p < q \iff a^p > a^q$$

5 次の数の大小を不等号を用いて表せ。

(1)  $\left(\frac{1}{3}\right)^{-3}, \left(\frac{1}{3}\right)^0, \left(\frac{1}{3}\right)^4$

(2)  $\sqrt[4]{8}, \sqrt[6]{32}, \sqrt[9]{128}$

6 次の方程式, 不等式を解け。

(1)  $4^{2x-1} = 2^{3x-5}$

(2)  $5^{2x-1} > \frac{1}{125}$

(3)  $\left(\frac{1}{9}\right)^x \leq \frac{1}{81}$

(4)  $2^{2x+1} - 5 \cdot 2^x - 12 = 0$

(5)  $16^x - 3 \cdot 4^x - 4 \geq 0$