

指数と対数 (2) 指数関数・対数・対数関数

1 関数 $y = -4^x + 2^x + 2$ ($-1 \leq x \leq 2$) の最大値, 最小値と, そのときの x の値を求めよ。

2 関数 $y = 4^x + 4^{-x} - 5(2^x + 2^{-x}) + 6$ について, 次の問いに答えよ。

(1) $2^x + 2^{-x} = t$ とおくと, t のとりうる値の範囲を求めよ。

(2) y を t で表せ。

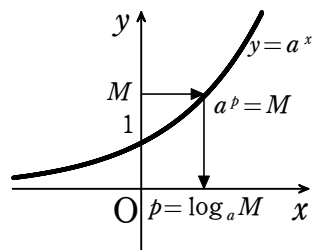
(3) y の最小値とそのときの x の値を求めよ。

<対数の定義>

$$a^p = M \iff p = \log_a M$$

※ a を「底」といい, $a > 0, a \neq 1$

M を「真数」といい, $M > 0$ (真数条件)



<対数の性質> $a > 0, a \neq 1, M > 0, N > 0$ で, k が実数のとき

$$\textcircled{1} \log_a MN = \log_a M + \log_a N \qquad \textcircled{2} \log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N$$

$$\textcircled{3} \log_a M^k = k \log_a M$$

<底の変換公式> $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$ (a, b, c は正の数で, $a \neq 1, b \neq 1, c \neq 1$)

3 次の対数の値を求めよ。

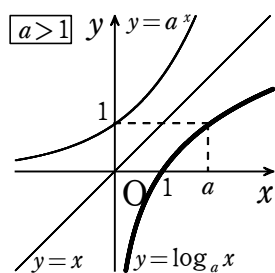
- (1) $\log_7 49$ (2) $\log_2 \frac{1}{4}$ (3) $\log_2 \sqrt[3]{32}$
- (4) $\log_4 32$ (5) $\log_{\frac{1}{3}} 9$ (6) $\log_3 5 \cdot \log_5 27$

4 次の式を簡単にせよ。

- (1) $\log_8 2 + \log_8 32$ (2) $\log_3 45 - \log_3 5$
- (3) $4\log_2 \sqrt{3} - \log_2 18$ (4) $4\log_5 \sqrt{5} - \frac{1}{3}\log_5 2 + \log_{125} 250$

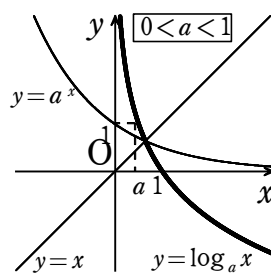
<対数関数の性質>

対数関数 $y = \log_a x$ のグラフは、指数関数 $y = a^x$ のグラフと、直線 $y = x$ に関して対称である。



① $a > 1$ のとき

$$p < q \Leftrightarrow \log_a p < \log_a q$$



② $0 < a < 1$ のとき

$$p < q \Leftrightarrow \log_a p < \log_a q$$

5 $\log_5 6$, $\log_{25} 30$, 1 の大小を不等号を用いて表せ。