

数列 (5) 「部分分数」 「 $S-rS$ 」

部分分数に分解する。

$$\frac{1}{n(n+d)} = \frac{1}{d} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+d} \right)$$

差が d

例題 1 次の和 S を求めよ。

(1) $S = \frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 7} + \cdots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)}$

(2) $S = \frac{1}{\sqrt{1} + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{4}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{n} + \sqrt{n+1}}$

1 次の和 S を求めよ。

(1) $S = \frac{1}{1 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 7} + \frac{1}{7 \cdot 10} + \cdots + \frac{1}{(3n-2)(3n+1)}$

(2) $S = \sum_{k=1}^n \frac{1}{\sqrt{k+2} + \sqrt{k+3}}$

例題 2 次の和 S を求めよ。

$$S = 1 \cdot 1 + 3 \cdot 3 + 5 \cdot 3^2 + \cdots + (2n - 1) \cdot 3^{n-1}$$

2 次の和 S を求めよ。

$$S = 1 \cdot 1 + 2 \cdot 5 + 3 \cdot 5^2 + 4 \cdot 5^3 + \cdots + n \cdot 5^{n-1}$$