

数列 (6) 復習② ～階差数列・和から一般項・部分分数・ $S-rS$ ～

1 数列 $\{a_n\} : 3, 0, -1, 0, 3, 8, 15, \dots$ の階差数列は、初項 $\boxed{\text{アイ}}$ 、公差 $\boxed{\text{ウ}}$ の等差数列であり、その第 n 項は $\boxed{\text{エ}}n - \boxed{\text{オ}}$ である。

これを用いて、 $\{a_n\}$ の第 n 項を求めると、 $a_n = n^2 - \boxed{\text{カ}}n + \boxed{\text{キ}}$ である。

2 $S = \frac{1}{4 \cdot 7} + \frac{1}{7 \cdot 10} + \dots + \frac{1}{(3n+1)(3n+4)}$, $T = \frac{1}{1 \cdot 5} + \frac{1}{3 \cdot 7} + \dots + \frac{1}{11 \cdot 15}$ とすると

$S = \frac{n}{\boxed{\text{ア}}(3n + \boxed{\text{イ}})}$, $T = \frac{\boxed{\text{ウエ}}}{\boxed{\text{オカキ}}}$ である。

3 (1) 数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和 S_n に対して、 $S_n = n(n+2)$ が成り立つとき、

$a_1 = \boxed{\text{ア}}$, $a_n = \boxed{\text{イ}}n + \boxed{\text{ウ}}$ である。

(2) 数列 $\{b_n\}$ の初項から第 n 項までの和 T_n に対して、 $T_n = 1 - (-2)^n$ が成り立つとき、

$$b_n = \boxed{\text{エ}} (\boxed{\text{オカ}})^{n-1}, \sum_{k=1}^n \frac{1}{b_k} = \frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}} \left\{ 1 - \frac{1}{(\boxed{\text{ケコ}})^n} \right\} \text{である。}$$

4 正の整数 a を初項とし、1 より大きい整数 r を公比とする等比数列 $\{a_n\}$ が $a_4 = 54$ を満たすとき、

$a = \boxed{\text{ア}}$, $r = \boxed{\text{イ}}$ である。このとき、 $S_n = \sum_{k=1}^n k a_k$ とすると、

$rS_n - S_n = (\boxed{\text{ウ}}n - \boxed{\text{エ}}) \boxed{\text{オ}}^n + \boxed{\text{カ}}$ となる。これより、 $S_6 = \boxed{\text{キクケコ}}$ である。