

1 数と式、2次方程式 (1) プリントより

$x = \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}, y = \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$  のとき、次の値を求めよ。(8点)

$$x = \frac{(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})} = 5-2\sqrt{6}$$

$$y = \frac{(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2}{(\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})} = 5+2\sqrt{6}$$

(1)  $x+y = \frac{10}{1} \triangle$

(2)  $xy = (5-2\sqrt{6})(5+2\sqrt{6}) = 25-24 = 1 \triangle$

(3)  $x^2+y^2 = (x+y)^2 - 2xy \triangle = 100 - 2 = 98 \triangle$

(4)  $x^3+y^3 = (x+y)^3 - 3xy(x+y) \triangle = 1000 - 3 \times 1 \times 10 = 970 \triangle$

2 数と式、2次方程式 (2) プリントより

次の方程式を解け。(各5点)

(1)  $|x-1|=2$

$$x-1 = \pm 2 \triangle$$

$$x = 1 \pm 2$$

$$x = 3, -1 \triangle$$

(2)  $|x-2| < 4$

$$-4 < x-2 < 4 \triangle$$

$$-2 < x < 6 \triangle$$

(3)  $|x+3| \geq 5$

$$x+3 \leq -5, 5 \leq x+3 \triangle$$

$$x \leq -8, 2 \leq x \triangle$$

(4)  $|x+4|=5x$

[1]  $x \geq -4$  のとき  $x+4 = 5x \rightarrow -4x = -4 \rightarrow x = 1$  (適格)  $\triangle$

[2]  $x < -4$  のとき  $-(x+4) = 5x \rightarrow -x-4 = 5x \rightarrow -6x = 4 \rightarrow x = -\frac{2}{3}$  (不適)  $\triangle$

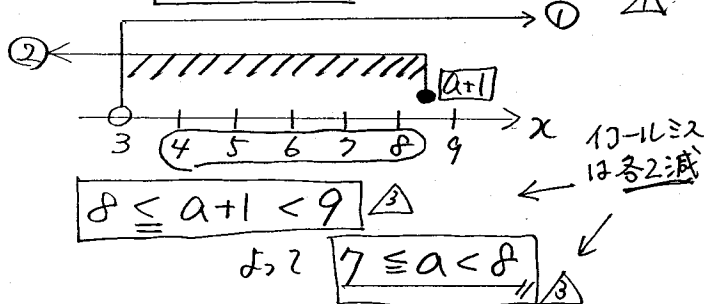
[1][2] より  $x = 1$   $\triangle$

3 数と式、2次方程式 (3) プリントより

$x$  に関する連立不等式  $\begin{cases} 6x-4 > 3x+5 \\ 2x-1 \leq x+a \end{cases}$  を満たす整数がちょうど5個あるとする。このとき、定数  $a$  のとりうる値の範囲を求めよ。(8点)

$$6x-4 > 3x+5 \rightarrow 3x > 9 \rightarrow x > 3 \dots \textcircled{1} \triangle$$

$$2x-1 \leq x+a \rightarrow x \leq a+1 \dots \textcircled{2} \triangle$$



4 命題 (1) プリントより

次の  $\square$  に当てはまるものを下の ㉠ ~ ㉣ から1つずつ選べ。ただし、 $x, y$  は実数とする。(答えのみでよい。)(各2点)

- ㉠ 必要十分条件である
- ㉡ 必要条件であるが十分条件ではない
- ㉢ 十分条件であるが必要条件ではない
- ㉣ 必要条件でも十分条件でもない

(1)  $x=2$  は  $x^2-5x+6=0$  であるための  $\square$  十分。

$$\textcircled{1} \xrightarrow{x=2} \textcircled{2}$$

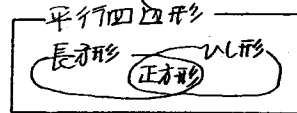
$x$  (反例  $x=\frac{1}{2}, y=2$ )

(2)  $xy=1$  は  $x=1$  であるための  $\square$  X

$$xy=1 \xrightarrow{x=1} x=1$$

(反例  $x=1, y=2$ )

(3) 四角形 ABCD がひし形であることは、四角形 ABCD が正方形であるための  $\square$  必要。

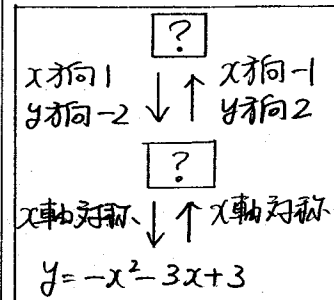


<解答欄>

(1)	$\textcircled{2}$ 完	(2)	$\textcircled{3}$ 完	(3)	$\textcircled{1}$ 完
-----	---------------------	-----	---------------------	-----	---------------------

5 2次関数 (1) プリントより

ある放物線を  $x$  軸方向に1,  $y$  軸方向に-2だけ平行移動した後、 $x$  軸に関して対称移動したところ、放物線  $y = -x^2 - 3x + 3$  となった。もとの放物線の方程式を求めよ。(8点)



①  $y = -x^2 - 3x + 3$  を  $x$  軸に関して対称移動

$$-y = -x^2 - 3x + 3 \triangle$$

$$y = x^2 + 3x - 3 \triangle$$

②  $y = x^2 + 3x - 3$  を  $x$  方向-1,  $y$  方向2

$$y-2 = (x+1)^2 + 3(x+1) - 3 \triangle$$

$$y-2 = x^2 + 5x + 1 \triangle$$

$$y = x^2 + 5x + 3 \triangle$$

6 2次関数 (1) プリントより

放物線  $y = x^2 - (k+2)x + 2k$  が  $x$  軸から切り取る線分の長さが4であるとき、定数  $k$  の値を求めよ。(8点)

$$y=0 \quad x^2 - (k+2)x + 2k = 0$$

$$x = \frac{(k+2) \pm \sqrt{(k+2)^2 - 4k}}{2} \triangle$$

$$= \frac{(k+2) \pm \sqrt{k^2 - 4k + 4}}{2} \triangle$$

$$d = \frac{(k+2) + \sqrt{k^2 - 4k + 4}}{2} - \frac{(k+2) - \sqrt{k^2 - 4k + 4}}{2} = \sqrt{k^2 - 4k + 4}$$

よって  $\sqrt{k^2 - 4k + 4} = 4 \triangle$  (←  $|k-2|=4$  としてもよい)

2乗して  $k^2 - 4k + 4 = 16$

$$k^2 - 4k - 12 = 0$$

$$(k-6)(k+2) = 0 \quad \text{よって } k = 6, -2 \triangle$$

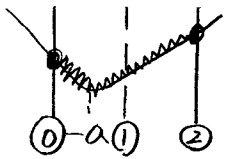
7 2次関数 (2) プリントより

$a$  は定数とする。関数  $y=2x^2+4ax$  ( $0 \leq x \leq 2$ ) について (各8点)

(1) 最大値を求めよ。

$$y = 2(x^2 + 2ax) = 2(x+a)^2 - 2a^2$$

[1]  $-a < 1$  のとき (つまり  $a > -1$ )



Max  $8+8a$

計3

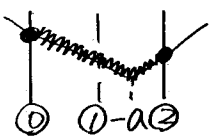
[2]  $-a = 1$  のとき (つまり  $a = -1$ )



Max  $0$

計2

[3]  $1 < -a$  のとき (つまり  $a < -1$ )



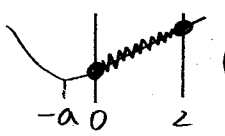
Max  $0$

計3

(注) [1] を省略して  $a = -1$  を [1] か [3] に  
合せて、「2通り」の場合分けにしてよい。  
← 2の場合 4+4

(2) 最小値を求めよ。

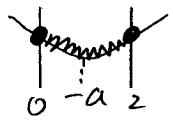
[1]  $-a < 0$  のとき (つまり  $a > 0$ )



Min  $0$

計3

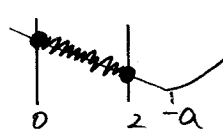
[2]  $0 \leq -a \leq 2$  のとき (つまり  $-2 \leq a \leq 0$ )



Min  $-2a^2$

計2

[3]  $2 < -a$  のとき (つまり  $a < -2$ )



Min  $8+8a$

計3

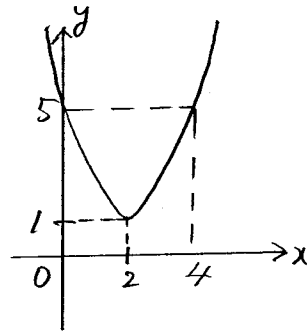
(注) [2] に  $1 < -1$  を入れたら、  
[1] に  $a \geq 0$  にしてもよい。  
[3] に  $a \leq -2$  にしてもよい。

8 2次関数 (3) プリントより

$a$  は正の定数とする。 $0 \leq x \leq a$  における関数  $f(x) = x^2 - 4x + 5$  について (各8点)

(1) 最大値を求めよ。

$$f(x) = (x-2)^2 + 1$$



[1]  $0 < a \leq 4$  のとき

Max  $5$

計4

[2]  $4 \leq a$  のとき

Max  $a^2 - 4a + 5$

計4

(注)  $0 < a \leq 4$  と  $4 \leq a$  の  
1) -1は、片方だけでも  
よい。

(2) 最小値を求めよ。

[1]  $0 < a \leq 2$  のとき

Min  $a^2 - 4a + 5$

計4

[2]  $2 \leq a$  のとき

Min  $1$

計4

(注)  $0 < a \leq 2$  と  $2 \leq a$  の  
1) -1は、片方だけでもよい。

9 2次関数 (4) プリントより

2次方程式  $x^2 - 2(a-4)x + 2a = 0$  が次の条件の解をもつとき、定数  $a$  の値の範囲を求めよ。 (10点)

(1) ともに2より大きい異なる2つの解をもつ

$$f(x) = x^2 - 2(a-4)x + 2a$$

軸は  $x = a-4$

判)  $D > 0$

$$\frac{D}{4} = (a-4)^2 - 2a$$

$$= a^2 - 10a + 16 > 0$$

$$(a-2)(a-8) > 0$$

$$a < 2, a < a \dots \textcircled{1}$$

軸)  $> 2$  より  $a-4 > 2$

$$a > 6 \dots \textcircled{2}$$

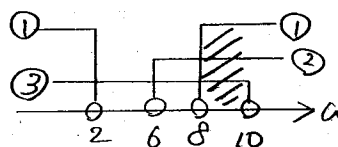
端)  $f(2) > 0$  より  $4 - 4(a-4) + 2a > 0$

$$-2a > -20$$

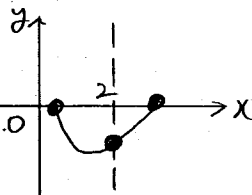
$$a < 10 \dots \textcircled{3}$$

①~③より

$$6 < a < 10$$



(2) 2より大きい解と2より小さい解を1つずつもつ



端)  $f(2) < 0$  より

$$a > 10$$