単元テスト（微分積分）　数学研究（文型）　　　　組　番 氏名

1 微分積分（1）プリントより

曲線 $y=x^2-3x+2$ 上の点 $(1,\ 0)$ における接線の方程式を求めよ。 (10点)

$\boxed{y'=2x-3}$ △2

接点 $(1,0)$

$\boxed{\text{傾き } -1}$ △3

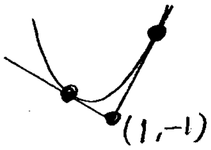
$y-0=-(x-1)$

$\boxed{y=-x+1}$ △5

2 微分積分（1）プリントより

曲線 $y=x^2-x+3$ に，点 $(1,\ -1)$ から引いた接線の方程式と，接点の座標を求めよ。 (10点)

$\boxed{y'=2x-1}$ △1



$\boxed{\text{接点 } (t,\ t^2-t+3)}$ △1

$\boxed{\text{傾き } 2t-1}$ △1

$\boxed{y-(t^2-t+3)=(2t-1)(x-t)}$ △1

$y=(2t-1)x-t(2t-1)+(t^2-t+3)$

$\boxed{y=(2t-1)x-t^2+3 \quad \cdots ①}$ △2

$(1,-1)$ を代入して

$-1=2t-1-t^2+3$

$t^2-2t-3=0$

$(t-3)(t+1)=0$

$t=3,\ -1$

①より

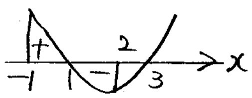
$\boxed{\text{接線 } y=5x-6 \quad \text{接点 } (3,9)}$ △2 または $\boxed{\text{接線 } y=-3x+2 \quad \text{接点 } (-1,5)}$ △2

3 微分積分（2）プリントより

関数 $y=x^3-6x^2+9x$ $(-1 \leqq x \leqq 2)$ の最大値と最小値を求めよ。 (10点)

$\boxed{y'=3x^2-12x+9}$ △1

$=3(x^2-4x+3)=\boxed{3(x-1)(x-3)}$ △1



x	-1	$\cdots$	1	$\cdots$	2
y'		$+$	0	$-$	
y	-16	↗	4	↘	2

Max $\boxed{4}$ △4, Min $\boxed{-16}$ △4

4 微分積分（3）プリントより

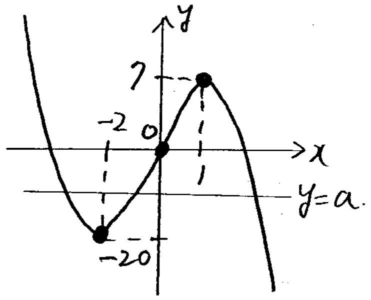
3次方程式 $-2x^3-3x^2+12x=a$ が異なる3個の実数解をもつように，定数 a の値の範囲を定めよ。 (10点)

$y=-2x^3-3x^2+12x$

$\boxed{y'=-6x^2-6x+12}$ △1

$=-6(x^2+x-2)$

$=\boxed{-6(x+2)(x-1)}$ △1



x	$\cdots$	-2	$\cdots$	1	$\cdots$
y'	$-$	0	$+$	0	$-$
y	↘	-20	↗	7	↘

△1 △1 △1 △1

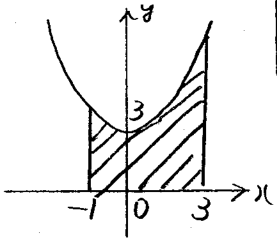
よって

$\boxed{-20<a<7}$ △4

5 微分積分（4）プリントより

次の曲線や直線で囲まれた図形の面積 S を求めよ。 (8点)

$y=x^2+3$，x 軸，$x=-1$，$x=3$



$\boxed{S=\int_{-1}^{3}(x^2+3)dx}$ △4

$=\frac{1}{3}\left[x^3\right]_{-1}^{3}+3\left[x\right]_{-1}^{3}$

$=\frac{1}{3}(27+1)+3(3+1)$

$=\frac{28}{3}+12$

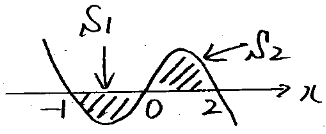
$=\frac{28}{3}+\frac{36}{3}=\boxed{\frac{64}{3}}$ △4

6 微分積分（4）プリントより

曲線 $y=-x^3+x^2+2x$ と x 軸で囲まれた2つの部分の面積の和 S を求めよ。 (8点)

$y=-x(x^2-x-2)$

$=-x(x-2)(x+1)$



$S_1=\boxed{-\int_{-1}^{0}(-x^3+x^2+2x)dx}$ △1

$=\frac{1}{4}\left[x^4\right]_{-1}^{0}-\frac{1}{3}\left[x^3\right]_{-1}^{0}-\left[x^2\right]_{-1}^{0}$

$=\frac{1}{4}(0-1)-\frac{1}{3}(0+1)-(0-1)$

$=-\frac{1}{4}-\frac{1}{3}+1=\boxed{\frac{5}{12}}$ △2

$S_2=\boxed{\int_{0}^{2}(-x^3+x^2+2x)dx}$ △1

$=-\frac{1}{4}\left[x^4\right]_{0}^{2}+\frac{1}{3}\left[x^3\right]_{0}^{2}+\left[x^2\right]_{0}^{2}$

$=-\frac{1}{4}\cdot 16+\frac{1}{3}\cdot 8+4$

$=-4+\frac{8}{3}+4=\boxed{\frac{8}{3}}$ △2

$S=S_1+S_2=\frac{5}{12}+\frac{8}{3}=\boxed{\frac{37}{12}}$ △2

7 微分積分（5）プリントより

次の曲線や直線で囲まれた図形の面積 S を求めよ。（8 点）

$y=-x^2-2x+3$，x 軸

$y=-(x^2+2x-3)=-(x+3)(x-1)$

$\boxed{S=\int_{-3}^{1}(-x^2-2x+3)\,dx}$ △4

$=\frac{1}{6}(1+3)^3$

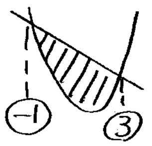
$=\frac{1}{6}\times 64$

$=\boxed{\frac{32}{3}}$ △4

8 微分積分（5）プリントより

次の曲線や直線で囲まれた図形の面積 S を求めよ。（各 8 点）

（1） $y=x^2-4x-2$，$y=-2x+1$



$$\left(\begin{aligned} x^2-4x-2&=-2x+1\\ x^2-2x-3&=0\\ (x-3)(x+1)&=0\\ x&=3,-1\end{aligned}\right)$$

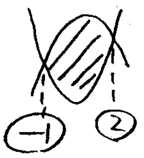
$\boxed{S=\int_{-1}^{3}\{-2x+1-(x^2-4x-2)\}dx}$ △4

$=\int_{-1}^{3}(-x^2+2x+3)\,dx$

$=\frac{1}{6}(3+1)^3$

$=\frac{1}{6}\times 64=\boxed{\frac{32}{3}}$ △4

（2） $y=x^2-4$，$y=-x^2+2x$



$x^2-4=-x^2+2x$

$2x^2-2x-4=0$

$x^2-x-2=0$

$(x-2)(x+1)=0$

$x=2,\ -1$

$\boxed{S=\int_{-1}^{2}\{-x^2+2x-(x^2-4)\}dx}$ △4

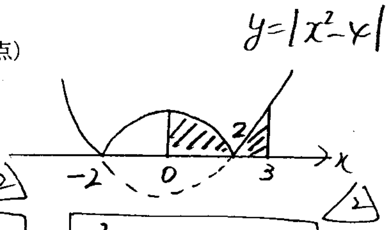
$=\int_{-1}^{2}(-2x^2+2x+4)\,dx$

$=\frac{2}{6}(2+1)^3=\frac{1}{3}\times 27=\boxed{9}$ △4

9 微分積分（5）プリントより

次の定積分を求めよ。（8 点）

$\int_0^3|x^2-4|\,dx$



△2 △2

与式 $=\boxed{\int_0^2(-x^2+4)\,dx}+\boxed{\int_2^3(x^2-4)\,dx}$

$=-\frac{1}{3}[x^3]_0^2+4[x]_0^2+\frac{1}{3}[x^3]_2^3-4[x]_2^3$

$=-\frac{1}{3}\cdot 8+4\cdot 2+\frac{1}{3}(27-8)-4(3-2)$

$=-\frac{8}{3}+8+\frac{19}{3}-4$

$=\frac{11}{3}+4$

$=\frac{11}{3}+\frac{12}{3}$

$=\boxed{\frac{23}{3}}$ △4

10 微分積分（6）プリントより

次の等式を満たす関数 $f(x)$，および定数 a の値を求めよ。（6 点）

$\int_a^x f(t)\,dt=x^2-5x-6$ ・・・①

両辺を x で微分して

$\boxed{f(x)=2x-5}$ △3

①に $x=a$ を代入して

$0=a^2-5a-6$

$(a-6)(a+1)=0$

$\boxed{a=6,\ -1}$ △3

11 微分積分（6）プリントより

次の等式を満たす関数 $f(x)$ を求めよ。（6 点）

$f(x)=x+\int_0^2 f(t)\,dt$

$a=\int_0^2 f(t)\,dt$ とおく。 $\boxed{f(x)=x+a}$ △1

このとき $\boxed{a=\int_0^2(t+a)\,dt}$ △2

$=\frac{1}{2}[t^2]_0^2+a[t]_0^2$

$=\frac{1}{2}\cdot 4+2a$

$a=2+2a$

$-a=2$ $\therefore \boxed{a=-2}$ △1

よって $\boxed{f(x)=x-2}$ △2