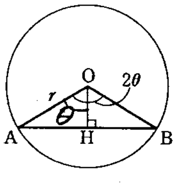
単元テスト（三角比、データの分析）数学研究（文型）　　組　番　氏名

1 三角比（1）プリントより

半径 r の円Oにおいて，弦ABに対する中心角 ∠AOBの大きさを 2θ とし，Oから ABに下ろした垂線をOHとする。このとき，次の長さを r と θ で表せ。(各3点)



（1） 弦ABの長さ　（2） 垂線OHの長さ

<解答欄>

(1)	$2r\sin\theta$	(2)	$r\cos\theta$

2 三角比（2）プリントより

0°≦θ≦180° とする。$\sin\theta$，$\cos\theta$，$\tan\theta$ のうち1つが次の値をとるとき，各場合について残りの2つの三角比の値を求めよ。(各5点)

（1） $\sin\theta=\frac{2}{7}$

$\cos^2\theta=1-\sin^2\theta$

$=1-\frac{4}{49}$

$=\boxed{\frac{45}{49}}$

$\cos\theta=\pm\frac{3\sqrt{5}}{7}$

[1] $\cos\theta=\boxed{\frac{3\sqrt{5}}{7}}$ のとき

$\tan\theta=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}=\frac{\frac{2}{7}}{\frac{3\sqrt{5}}{7}}$

$=\frac{2}{3\sqrt{5}}=\boxed{\frac{2\sqrt{5}}{15}}$

[2] $\cos\theta=\boxed{-\frac{3\sqrt{5}}{7}}$ のとき

$\tan\theta=\frac{\frac{2}{7}}{-\frac{3\sqrt{5}}{7}}=\boxed{-\frac{2\sqrt{5}}{15}}$

[1] [2] より

$\begin{cases}\cos\theta=\frac{3\sqrt{5}}{7}\\ \tan\theta=\frac{2\sqrt{5}}{15}\end{cases}$ または $\begin{cases}\cos\theta=-\frac{3\sqrt{5}}{7}\\ \tan\theta=-\frac{2\sqrt{5}}{15}\end{cases}$

（2） $\tan\theta=-\frac{4}{3}$

$\frac{1}{\cos^2\theta}=1+\tan^2\theta$

$=1+\frac{16}{9}$

$=\boxed{\frac{25}{9}}$

$\cos^2\theta=\frac{9}{25}$

θ は鈍角だから

$\cos\theta=\boxed{-\frac{3}{5}}$

$\sin^2\theta=1-\cos^2\theta$

$=1-\frac{9}{25}=\frac{16}{25}$

$\sin\theta>0$ より $\sin\theta=\boxed{\frac{4}{5}}$

よって

$\cos\theta=-\frac{3}{5}$, $\sin\theta=\frac{4}{5}$

[別解]

$\sin\theta=\tan\theta\cos\theta$

$=-\frac{4}{3}\times\left(-\frac{3}{5}\right)=\boxed{\frac{4}{5}}$

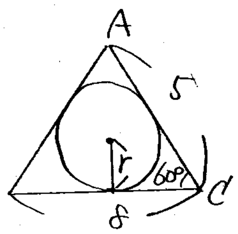
3 三角比（3）プリントより

$BC=8$, $CA=5$, $C=60°$ である△ABCにおいて　(各5点)

（1） △ABC の面積を求めよ。

$S=\boxed{\frac{1}{2}\times8\times5\times\frac{\sqrt{3}}{2}}$

$=10\sqrt{3}$



（2） ABの長さを求めよ。

$AB^2=\boxed{8^2+5^2-2\times8\times5\times\frac{1}{2}}$

$=64+25-40$

$=49$

$\therefore AB=7$

（3） △ABCの内接円の半径 r の長さを求めよ。

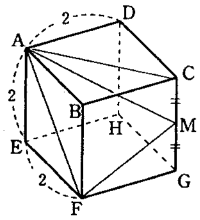
$\boxed{\frac{r}{2}(8+5+7)=10\sqrt{3}}$

$10r=10\sqrt{3}$

$r=\sqrt{3}$

4 三角比（3）プリントより

1辺の長さが2の立方体ABCD－EFGHにおいて，辺CGの中点をMとする。



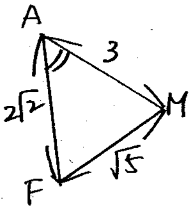
（1） 線分AF，AM，FMの長さを求めよ。(3点)

$AF=\sqrt{2^2+2^2}=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$

$AM=\sqrt{(2\sqrt{2})^2+1^2}=\sqrt{9}=3$

$FM=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$

（2） ∠FAMの大きさを求めよ。(4点)



$\boxed{\cos\angle FAM=\frac{3^2+(2\sqrt{2})^2-(\sqrt{5})^2}{2\times3\times2\sqrt{2}}}$

$=\frac{9+8-5}{12\sqrt{2}}=\frac{12}{12\sqrt{2}}=\boxed{\frac{\sqrt{2}}{2}}$

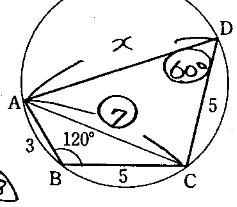
$\angle FAM=\boxed{45°}$

（3） △AFMの面積を求めよ。(4点)

$S=\boxed{\frac{1}{2}\times3\times2\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}}=3$

5 三角比（4）プリントより

円に内接する四角形ABCDにおいて，AB＝3，BC＝5，CD＝5，∠B＝120° のとき，次のものを求めよ。(各5点)



（1） AC の長さ

$\boxed{AC^2=3^2+5^2-2\times3\times5\times\left(-\frac{1}{2}\right)}$

$=9+25+15$

$=49$

$\therefore AC=7$

（2） ADの長さ

$\boxed{7^2=x^2+5^2-2\times x\times5\times\frac{1}{2}}$

$49=x^2+25-5x$

$x^2-5x-24=0$

$(x-8)(x+3)=0$

$x>0$ より

$x=8$ $(=AD)$

（3） 四角形ABCDの外接円の半径 R

$\boxed{2R=\frac{7}{\sin120°}}$

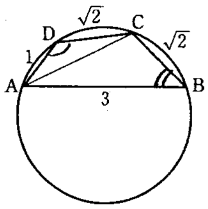
$2R\times\frac{\sqrt{3}}{2}=7$

$\sqrt{3}R=7$　$\therefore R=\frac{7\sqrt{3}}{3}$

6 三角比（4）プリントより

円に内接する四角形 ABCD において，
AB＝3，BC＝$\sqrt{2}$，CD＝$\sqrt{2}$，DA＝1
のとき，次のものを求めよ。(8点)

（1） B　　　（2） AC の長さ



$AC^2 = 3^2 + (\sqrt{2})^2 - 2 \times 3 \times \sqrt{2} \times \cos B$

$= \boxed{11 - 6\sqrt{2}\cos B} \cdots ①$ △2

$AC^2 = 1^2 + (\sqrt{2})^2 - 2 \times 1 \times \sqrt{2} \times \cos(180^\circ - B)$

$= \boxed{3 + 2\sqrt{2}\cos B} \cdots ②$ △2

①,②より　$11 - 6\sqrt{2}\cos B = 3 + 2\sqrt{2}\cos B$

$-8\sqrt{2}\cos B = -8$

$\cos B = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

(1)　$B = \boxed{45^\circ}$ △2

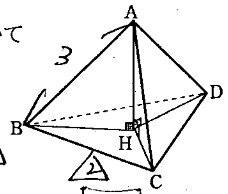
(2)　①より　$AC^2 = 11 - 6 = 5$

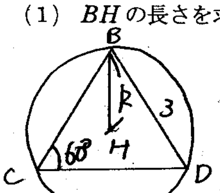
$AC = \boxed{\sqrt{5}}$ △2

7 三角比（5）プリントより

1辺の長さが 3 である正四面体 ABCD について

（1） BH の長さを求めよ。(5点)



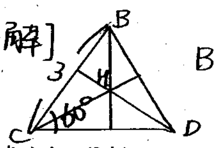


$\boxed{2R = \dfrac{3}{\sin 60^\circ}}$ △3

$2R \times \dfrac{\sqrt{3}}{2} = 3$　△2

$\therefore R = \boxed{\sqrt{3}}\ (= BH)$

[別解]



$BH = \boxed{\dfrac{3\sqrt{3}}{2} \times \dfrac{2}{3}} = \boxed{\sqrt{3}}$ △2 △3

（2） AH の長さを求めよ。(3点)

$\boxed{AH^2 = \sqrt{3^2 - (\sqrt{3})^2}} = \boxed{\sqrt{6}}$ △2 △1

（3） $\triangle BCD$ の面積を求めよ。(5点)

$S = \boxed{\dfrac{1}{2} \times 3 \times 3 \times \dfrac{\sqrt{3}}{2}} = \boxed{\dfrac{9\sqrt{3}}{4}}$ △3 △2

（4） 正四面体 ABCD の体積を求めよ。(2点)

$V = \boxed{\dfrac{1}{\cancel{3}} \times \dfrac{\overset{3}{\cancel{9}}\sqrt{3}}{4} \times \sqrt{6}} = \boxed{\dfrac{9\sqrt{2}}{4}}$ △1 △

8 データの分析（1）プリントより

次の第1四分位数，第2四分位数，第3四分位数を求めよ。(各1点)

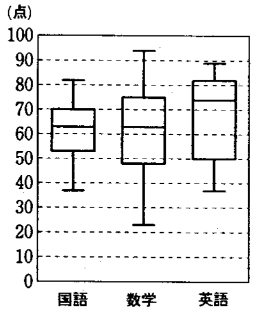
8, 11, | 20, 23, 24, 31, 42, | 44, 55

＜解答欄＞

第1四分位数	15.5
第2四分位数	24
第3四分位数	43

9 データの分析（1）プリントより

右の図は，400 人の生徒が受験した国語，数学，英語のテストの得点のデータの箱ひげ図である。この箱ひげ図から読み取れることとして正しいものを，次の①～⑤からすべて選べ。(3点)



① 範囲が最も大きいのは英語である。
② 四分位範囲が最も小さいのは国語である。
③ 60 点以上の生徒は，国語と数学では 200 人以上，英語では 300 人以上いる。
④ 50 点未満の生徒は，国語と英語では 100 人以下，数学では 100 人以上いる。
⑤ 30 点台の生徒は，国語と英語ではいるが，数学ではいない。

＜解答欄＞ ②，④　完

10 データの分析（2）プリントより

あるクラスの生徒を対象に 100 点満点の試験を行ったところ，平均値は 68 点，分散は 36 であった。得点調整のため，生徒全員の得点を 2.5 倍して，更に 30 点を加えたとき，得点調整後の平均値，分散，標準偏差を求めよ。(各2点)

$\overline{x} = 68 \times 2.5 + 30 = 200$

$s_x^2 = 36 \times 2.5^2 = 225$

＜解答欄＞

得点調整後の平均値	200点
得点調整後の分散	225
得点調整後の標準偏差	15点

11 データの分析（2）プリントより

下の表は 2 つの変量 x，y についてのデータである。次の値を求めよ。

$(\overline{x} = 29,\ \overline{y} = 31)$　(各2点)

番号	x	y	$x-\overline{x}$	$y-\overline{y}$	$(x-\overline{x})(y-\overline{y})$	$(x-\overline{x})^2$	$(y-\overline{y})^2$
1	30	29	1	−2	−2	1	4
2	27	35	−2	4	−8	4	16
3	29	33	0	2	0	0	4
4	31	27	2	−4	−8	4	16
5	28	31	−1	0	0	1	0
計	145	155	0	0	−18	10	40

（1） x の分散 s_x^2

$= 10 \div 5 = 2$

（2） y の分散 s_y^2

$= 40 \div 5 = 8$

（3） 共分散 s_{xy}

$= -18 \div 5 = -3.6$

（4） 相関係数 r

$= \dfrac{-3.6}{\sqrt{2}\sqrt{8}} = -0.9$

＜解答欄＞

(1)	2	(2)	8	(3)	−3.6	(4)	−0.9