

1 整数 (1) プリントより

594, 792の最大公約数と最小公倍数を求めよ。(6点)

$$\begin{array}{r} 2 \overline{)594} \\ 3 \overline{)297} \\ 3 \overline{)99} \\ 3 \overline{)33} \\ \hline 11 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \overline{)792} \\ 2 \overline{)396} \\ 2 \overline{)198} \\ 3 \overline{)99} \\ 3 \overline{)33} \\ \hline 11 \end{array} \quad \begin{array}{l} 594 = 2 \times 3^3 \times 11 \\ 792 = 2^3 \times 3^2 \times 11 \\ \hline (G.C.M) 2 \times 3^2 \times 11 = 198 \triangle \\ (L.C.M) 2^3 \times 3^3 \times 11 = 2376 \triangle \end{array}$$

2 整数 (1) プリントより

最大公約数が5, 最小公倍数が75である2つの自然数 a, bの組をすべて求めよ。ただし, a < b とする。(6点)

$$\begin{cases} a = 5a' \\ b = 5b' \end{cases} \quad (a', b' \text{ は互いに素}, a' < b')$$

$$L = 5a'b' = 75$$

$$a'b' = 15 \triangle$$

$$(a', b') = (1, 15), (3, 5) \triangle$$

$$\therefore (a, b) = (5, 75), (15, 25) \triangle$$

3 整数 (1) プリントより

n と 36 の最小公倍数が 504 であるような自然数 n をすべて求めよ。(6点)

$$\begin{array}{r} 3 \overline{)36} \\ 3 \overline{)12} \\ 2 \overline{)4} \\ \hline 2 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \overline{)504} \\ 2 \overline{)252} \\ 2 \overline{)126} \\ 3 \overline{)63} \\ 3 \overline{)21} \\ \hline 7 \end{array} \quad \begin{array}{l} n = 2^3 \times \square \times 7 \quad (\text{or } 3 \text{ or } 3^2) \\ 36 = 2^2 \times 3^2 \\ \hline L = 504 = 2^3 \times 3^2 \times 7 \\ \hline \therefore n = 56, 168, 504 \triangle \triangle \triangle \end{array}$$

4 整数 (2) プリントより

等式 $3x + 2y = 15$ を満たす自然数 x, y の組をすべて求めよ。(5点)

$$2y = 3(5 - x)$$

y は 3 の倍数かつ $1 \leq y \leq 7$

$$\Leftrightarrow y = 3 \text{ or } 6$$

$$\therefore (x, y) = (3, 3), (1, 6) \triangle$$

片方のxは \triangle 2

5 整数 (2) プリントより

次の方程式の整数解をすべて求めよ。(各6点)

(1) $5x - 8y = 1$

$$5x - 8y = 1$$

$$\rightarrow 5 \cdot 5 - 8 \cdot 3 = 1 \triangle$$

$$5(x-5) - 8(y-3) = 0$$

$$5(x-5) = 8(y-3) \triangle$$

$$\begin{cases} x-5 = 8k \\ y-3 = 5k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 8k + 5 \\ y = 5k + 3 \end{cases} \quad (k \text{ は整数}) \triangle$$

(2) $11x + 9y = 4$

$$\begin{array}{l} 11x + 9y = 4 \\ \rightarrow 11 \cdot (-16) + 9 \cdot 20 = 4 \triangle \\ \hline 11(x+16) + 9(y-20) = 0 \\ 11(x+16) = -9(y-20) \triangle \\ \begin{cases} x+16 = 9k \\ y-20 = -11k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 9k - 16 \\ y = -11k + 20 \end{cases} \quad (k \text{ は整数}) \end{array}$$

6 整数 (3) プリントより

2つの整数 826, 649 の最大公約数を, 互除法を用いて求めよ。(6点)

$$\begin{array}{r} 1 \\ 649 \overline{)826} \\ \hline 649 \\ \hline 177 \end{array} \quad \begin{array}{r} 3 \\ 177 \overline{)649} \\ \hline 531 \\ \hline 118 \end{array} \quad \begin{array}{r} 1 \\ 118 \overline{)177} \\ \hline 118 \\ \hline 59 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \\ 59 \overline{)118} \\ \hline 118 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{aligned} 826 &= 649 \times 1 + 177 \triangle \\ 649 &= 177 \times 3 + 118 \triangle \\ 177 &= 118 \times 1 + 59 \triangle \\ 118 &= 59 \times 2 \triangle \end{aligned}$$

G.C.M は $59 \triangle$

7 整数 (3) プリントより

等式 $30x + 17y = 1$ を満たす整数 x, y の組を互除法を利用して1つ求めよ。(6点)

$$\begin{aligned} 30 &= 17 \times 1 + 13 \\ 17 &= 13 \times 1 + 4 \Rightarrow \begin{cases} 13 = 30 - 17 \cdot 1 \\ 4 = 17 - 13 \cdot 1 \\ 1 = 13 - 4 \cdot 3 \end{cases} \triangle \\ 13 &= 4 \times 3 + 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1 &= 13 - 4 \cdot 3 \\ &= 13 - 3(17 - 13 \cdot 1) \\ &= 4 \cdot 13 + (-3) \cdot 17 \triangle \\ &= 4(30 - 17 \cdot 1) + (-3) \cdot 17 \\ &= 4 \cdot 30 + (-7) \cdot 17 \end{aligned}$$

$$\therefore x = 4, y = -7 \triangle$$

8 整数(4) プリントより

等式 $xy - 5x - y = 0$ を満たす整数 x, y の組をすべて求めよ。(6点)

$$(x-1)(y-5) - 5 = 0$$

$$(x-1)(y-5) = 5 \quad \triangle 3$$

$x-1$	1	5	-1	-5
$y-5$	5	1	-5	-1

$$(x, y) = (2, 10), (6, 6), (0, 0), (-4, 4) \quad \triangle 3$$

9 整数(4) プリントより

n は自然数とする。 $\sqrt{n^2 + 56}$ が自然数となるような n をすべて求めよ。(5点)

$$\sqrt{n^2 + 56} = A \quad \triangle 2$$

$$n^2 + 56 = A^2$$

$$A^2 - n^2 = 56$$

$$(A+n)(A-n) = 56 \quad \triangle 2$$

$(A+n)$ と $(A-n)$ の和は $2A$ (偶数)

$A+n$	28	14
$A-n$	2	4

$$2n = 26, 10$$

$$n = 13, 5 \quad \triangle 3$$

10 整数(5) プリントより

a, b は整数とする。 a を 8 で割ると 5 余り, b を 8 で割ると 6 余る。このとき, 次の数を 8 で割ったときの余りを求めよ。(各 5 点)

- (1) ab (2) $a^2 - b^2$

<解答欄>

(1)	6	(2)	5
-----	---	-----	---

11 整数(5) プリントより

7^{51} を 12 で割った余りを求めよ。(5点)

<解答欄>

7

12 整数(6) プリントより

1 から 300 までの 300 個の自然数の積 $N = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots 300$ を計算すると, 末尾には 0 が連続して何個並ぶか。(6点)

$$300 \div 5 = 60 \text{ 個 } \triangle 1$$

$$300 \div 5^2 = 12 \text{ 個 } \triangle 1$$

$$300 \div 5^3 = 2 \text{ 個 } \triangle 1$$

$$\therefore 60 + 12 + 2 = 74 \text{ 個 } \triangle 3$$

13 整数(6) プリントより

n は自然数とする。 $n^2 - 14n + 40$ が素数となるような n をすべて求めよ。(5点)

$$\text{与式} = (n-4)(n-10)$$

$$n-4 = \pm 1 \text{ or } n-10 = \pm 1 \quad \triangle 2$$

[1] $n = 5$ のとき $1 \cdot (-5)$ 不適

[2] $n = 3$ のとき $(-1) \cdot (-7) = 7$ O.K

[3] $n = 11$ のとき $7 \cdot 1 = 7$ O.K

[4] $n = 9$ のとき $5 \cdot (-1)$ 不適

[1] ~ [4] より $n = 3, 11$ $\triangle 3$

14 整数(6) プリントより

$101110_{(2)}$ を 10 進法で表せ。(5点)

<解答欄>

46

15 整数(6) プリントより

36 を 2 進法で表せ。(5点)

<解答欄>

100100(2)

16 整数(6) プリントより

自然数 N を 5 進法と 7 進法で表すと, それぞれ 3 桁の数 $abc_{(5)}$, $cab_{(7)}$ になるという。 a, b, c を求めよ。(6点)

$$N = 25a + 5b + c = 49c + 7a + b \quad \triangle 1$$

$$18a + 4b = 48c$$

$$9a + 2b = 24c$$

$$2b = 3(8c - 3a)$$

b は 3 の倍数かつ $0 \leq b \leq 4$

$$\Leftrightarrow b = 0 \text{ or } 3 \quad \triangle 2$$

[1] $b = 0$ のとき $3a = 8c$

a は 8 の倍数かつ $1 \leq a \leq 4$

\therefore 不適

[2] $b = 3$ のとき $2 = 8c - 3a$

$\therefore c = 1, a = 2$

$\therefore a = 2, b = 3, c = 1$

$\triangle 1$	$\triangle 1$	$\triangle 1$
---------------	---------------	---------------