ベクトル（1）～（4）の復習

1 $|\vec{a}|=1$，$|\vec{b}|=\sqrt{2}$ であり，2つのベクトル $\vec{a}+\vec{b}$ と $3\vec{a}-2\vec{b}$ は直交しているとする。このとき，内積 $\vec{a}\cdot\vec{b}$ の値，および $\vec{a}$ と $\vec{b}$ のなす角 θ $(0^\circ \leqq \theta \leqq 180^\circ)$ を求めよ。

解答 $\vec{a}\cdot\vec{b}=1$，$\theta=45^\circ$

2 ベクトル $\vec{a}=(1,\ 2)$，$\vec{b}=(2,\ -3)$，$\vec{c}=(-1,\ 3)$ について2つのベクトル $\vec{a}$ と $\vec{b}+k\vec{c}$ が垂直であるとき，実数 k の値を求めよ。

解答 $k=\dfrac{4}{5}$

3 $|\vec{a}|=2$，$|\vec{b}|=3$，$|\vec{a}+\vec{b}|=\sqrt{3}$ を満たすベクトル $\vec{a}$，$\vec{b}$ を考える。実数 t に対して，$\vec{c}=t\vec{a}+\vec{b}$ とおくとき，$\vec{a}\cdot\vec{b}=$ ア $\boxed{}$ であり，$|\vec{c}|$ は $t=$ イ $\boxed{}$ のとき最小値 ウ $\boxed{}$ をとる。

解答 (ア) -5 (イ) $\dfrac{5}{4}$ (ウ) $\dfrac{\sqrt{11}}{2}$

4 原点をOとする座標平面上に曲線 $C : x^2+y^2=16$ があり，C 上の2点A，Bが $\cos\angle\mathrm{AOB}=\dfrac{3}{4}$ を満たす。

このとき，$|\overrightarrow{\mathrm{OA}}|=|\overrightarrow{\mathrm{OB}}|=$ ア $\boxed{}$，$|\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\overrightarrow{\mathrm{OB}}|=$ イ $\boxed{}$ であり，$\triangle\mathrm{OAB}$ の面積は ウ $\boxed{}$ である。

解答 (ア) 4 (イ) $2\sqrt{14}$ (ウ) $2\sqrt{7}$

$\boxed{5}$ △OABにおいて，辺OAを2:1に内分する点をL，辺OBを1:2に内分する点をM，辺ABを3:2に内分する点をNとする。線分LMと線分ONの交点をPとするとき，$\overrightarrow{OP}$を$\overrightarrow{OA}$，$\overrightarrow{OB}$を用いて表せ。

解答 $\overrightarrow{OP}=\frac{1}{6}\overrightarrow{OA}+\frac{1}{4}\overrightarrow{OB}$

$\boxed{6}$ △OABの辺OAを2:3に内分する点をC，辺OBの中点をD，辺ABを1:2に内分する点をEとし，線分BCと線分DEの交点をPとする。

(1) $\overrightarrow{OP}$を$\overrightarrow{OA}$，$\overrightarrow{OB}$で表せ。

(2) 線分OPの延長と辺ABとの交点をQとするとき，$\overrightarrow{OQ}$を$\overrightarrow{OA}$，$\overrightarrow{OB}$で表せ。

解答 (1) $\overrightarrow{OP}=\frac{2}{9}\overrightarrow{OA}+\frac{4}{9}\overrightarrow{OB}$ (2) $\overrightarrow{OQ}=\frac{1}{3}\overrightarrow{OA}+\frac{2}{3}\overrightarrow{OB}$

$\boxed{7}$ △OABにおいて，辺AB上に$t\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AC}$ $(0<t<1)$となる点Cをとる。OA=1，OB=2，OC=1のとき，次の問いに答えよ。

(1) $\overrightarrow{OC}$を$\overrightarrow{OA}$，$\overrightarrow{OB}$およびtを用いて表せ。

(2) 内積$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}$を$t$を用いて表せ。

(3) AC=1のとき，tの値を求めよ。

解答 (1) $\overrightarrow{OC}=(1-t)\overrightarrow{OA}+t\overrightarrow{OB}$ (2) $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=\frac{2-5t}{2(1-t)}$

(3) $t=\frac{-1+\sqrt{13}}{6}$