

ベクトル (4) 2直線の交点①

左図より $\vec{OP} = \vec{a} + t\vec{d}$

右図は $\vec{d} = \vec{AB}$ とした。
このとき

$$\vec{OP} = \vec{a} + t\vec{AB}$$

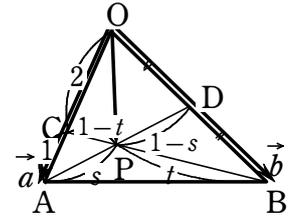
$$= \vec{a} + t(\vec{b} - \vec{a})$$

$$\vec{OP} = (1-t)\vec{a} + t\vec{b}$$

1 $\triangle OAB$ において、 OA を $2:1$ に内分する点を C 、 OB の中点を D とし、線分 AD と線分 BC の交点を P とする。 $\vec{OA} = \vec{a}$ 、 $\vec{OB} = \vec{b}$ とするとき、

(1) \vec{OP} を \vec{a} 、 \vec{b} を用いて表せ。

(2) 直線 OP と線分 AB の交点を Q とする。 \vec{OQ} を \vec{a} 、 \vec{b} を用いて表せ。



【解答】 (1) $AP:PD = s:(1-s)$ とすると

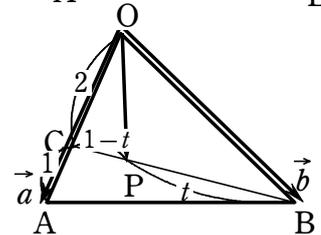
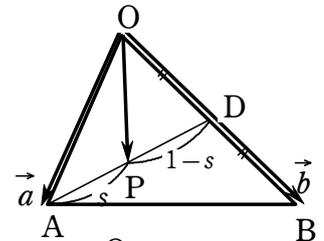
$$\vec{OP} = \frac{1-s}{s+1-s}\vec{OA} + \frac{s}{s+1-s}\vec{AD}$$

$$= \frac{1-s}{1}\vec{a} + \frac{s}{1}\left(\frac{1}{2}\vec{b} + \vec{a}\right) \dots\dots ①$$

$BP:PC = t:(1-t)$ とすると

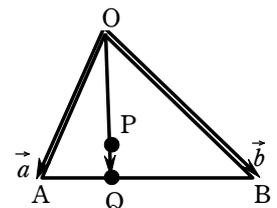
$$\vec{OP} = \frac{1-t}{t+1-t}\vec{OB} + \frac{t}{t+1-t}\vec{BC}$$

$$= \frac{1-t}{1}\vec{b} + \frac{t}{1}\left(\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b}\right) \dots\dots ②$$



①、②より

(2) $\vec{OQ} = k\vec{OP}$ とおく。



2 $\triangle ABC$ の辺 AB を $2:3$ に内分する点を D , 辺 CA の中点を E とする。直線 BE と CD の交点を

P とすると, $\overrightarrow{AP} = \frac{\text{ア}}{\text{イ}} \overrightarrow{AB} + \frac{\text{ウ}}{\text{エ}} \overrightarrow{AC}$ であり, 直線 AP が辺 BC と交わる点を Q とすると

$BQ:QC = \text{オ} : 2$ である。