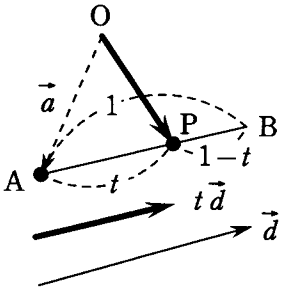


左図より $\boxed{\overrightarrow{OP}=\vec{a}+t\vec{d}}$

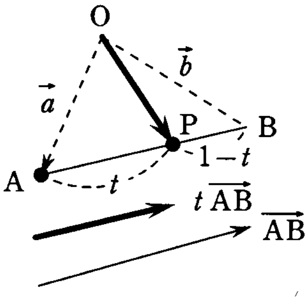
右図は　$\vec{d}=\overrightarrow{AB}$　とした。

このとき

$\overrightarrow{OP}=\vec{a}+t\overrightarrow{AB}$

$=\vec{a}+t(\vec{b}-\vec{a})$

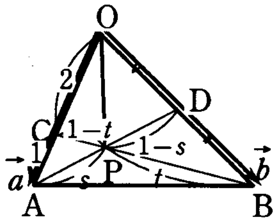
$\boxed{\overrightarrow{OP}=(1-t)\vec{a}+t\vec{b}}$



1　△OAB において、OA を 2 : 1 に内分する点を C、OB の中点を D とし、線分 AD と線分 BC の交点を P とする。$\overrightarrow{OA}=\vec{a}$, $\overrightarrow{OB}=\vec{b}$ とするとき、

（1）$\overrightarrow{OP}$ を $\vec{a}$、$\vec{b}$ を用いて表せ。

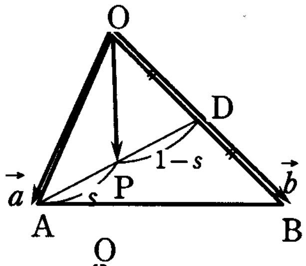
（2）直線 OP と線分 AB の交点を Q とする。$\overrightarrow{OQ}$ を $\vec{a}$、$\vec{b}$ を用いて表せ。



解答　（1）AP : PD＝s : $(1-s)$ とすると

$\overrightarrow{OP}=\boxed{(1-s)\overrightarrow{OA}+s\overrightarrow{OD}}$

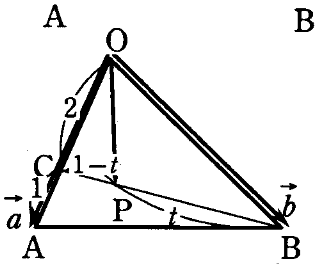
$=\boxed{(1-s)\vec{a}+\frac{1}{2}s\vec{b}}$ ……①



BP : PC＝t : $(1-t)$ とすると

$\overrightarrow{OP}=\boxed{t\overrightarrow{OC}+(1-t)\overrightarrow{OB}}$

$=\boxed{\frac{2}{3}t\vec{a}+(1-t)\vec{b}}$ ……②



①、②より

$$\begin{cases} 1-s=\frac{2}{3}t & \cdots③ \\ \frac{1}{2}s=1-t & \cdots④ \end{cases}$$

④より $s=2-2t$

③より $-1+2t=\frac{2}{3}t$

$-3+6t=2t$

$4t=3$

$t=\frac{3}{4}$, $s=\frac{1}{2}$

よって $\overrightarrow{OP}=\frac{1}{2}\vec{a}+\frac{1}{4}\vec{b}$

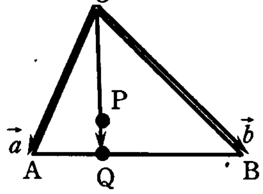
（2）$\overrightarrow{OQ}=k\overrightarrow{OP}$ とおく。

$\overrightarrow{OQ}=k\left(\frac{1}{2}\vec{a}+\frac{1}{4}\vec{b}\right)$

$=\frac{1}{2}k\vec{a}+\frac{1}{4}k\vec{b}$

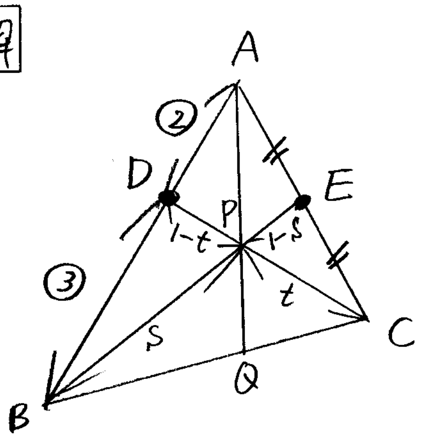
Q は AB 上の点だから $\frac{1}{2}k+\frac{1}{4}k=1$

$k=\frac{4}{3}$　　よって $\overrightarrow{OQ}=\frac{2}{3}\vec{a}+\frac{1}{3}\vec{b}$



2 △ABCの辺ABを2：3に内分する点をD，辺CAの中点をEとする。直線BEとCDの交点をPとすると，$\overrightarrow{AP}=\dfrac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}\overrightarrow{AB}+\dfrac{\boxed{ウ}}{\boxed{エ}}\overrightarrow{AC}$であり，直線APが辺BCと交わる点をQとするとBQ：QC＝$\boxed{オ}$：2である。

解



$$\overrightarrow{AP}=(1-s)\overrightarrow{AB}+s\overrightarrow{AE}$$
$$=(1-s)\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}s\overrightarrow{AC}\cdots①$$
$$\overrightarrow{AP}=t\overrightarrow{AD}+(1-t)\overrightarrow{AC}$$
$$=\frac{2}{5}t\overrightarrow{AB}+(1-t)\overrightarrow{AC}\cdots②$$

①，②より
$$\begin{cases}1-s=\dfrac{2}{5}t & \cdots③\\ \dfrac{1}{2}s=1-t & \cdots④\end{cases}$$

④より $s=2-2t$

③より $-1+2t=\dfrac{2}{5}t$

$-5+10t=2t$

$8t=5 \quad \therefore t=\dfrac{5}{8},\ s=\dfrac{3}{4}$

よって $\overrightarrow{AP}=\underline{\dfrac{1}{4}\overrightarrow{AB}+\dfrac{3}{8}\overrightarrow{AC}}_{/\!/}$

$\overrightarrow{AQ}=k\overrightarrow{AP}$

$=\dfrac{1}{4}k\overrightarrow{AB}+\dfrac{3}{8}k\overrightarrow{AC}$

QはBC上の点だから $\dfrac{1}{4}k+\dfrac{3}{8}k=1$

$\therefore k=\dfrac{8}{5}$

よって $\overrightarrow{AQ}=\dfrac{2}{5}\overrightarrow{AB}+\dfrac{3}{5}\overrightarrow{AC}$

QはBCを $\underline{3:2}_{/\!/}$(オ) に内分する。