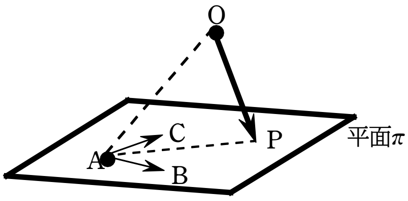
ベクトル（7）　空間のベクトル方程式

O から P まで行くには

[1]　まず、平面π上の点に降りる。(点A)

[2]　次に、平面上を進んでPへ行く。(主方向は $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{AC}}$)



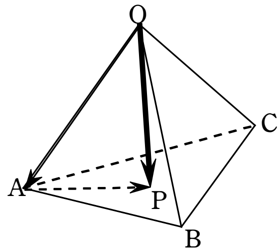
＜共面条件 Part１＞　P が平面 ABC 上にあるとき

$$\overrightarrow{\mathrm{OP}}=\underbrace{\overrightarrow{\mathrm{OA}}}_{\boxed{\text{空港へ着陸}}}+\underbrace{s\,\overrightarrow{\mathrm{AB}}+t\,\overrightarrow{\mathrm{AC}}}_{\boxed{\text{空港内を歩く}}}$$

始点を O にそろえると　$\overrightarrow{\mathrm{OP}}=\overrightarrow{\mathrm{OA}}+s(\overrightarrow{\mathrm{OB}}-\overrightarrow{\mathrm{OA}})+t(\overrightarrow{\mathrm{OC}}-\overrightarrow{\mathrm{OA}})$

整理して　　$\overrightarrow{\mathrm{OP}}=\underline{(1-s-t)}\,\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\underline{s}\,\overrightarrow{\mathrm{OB}}+\underline{t}\,\overrightarrow{\mathrm{OC}}$

$\boxed{\text{係数の和が１になっているのが特徴}}$



$r=1-s-t$ とおいて、次を得る。

＜共面条件 Part２＞

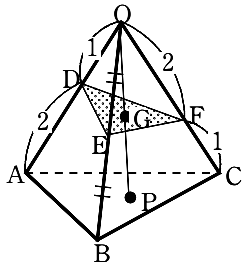
P が平面 ABC 上にあるとき

$\overrightarrow{\mathrm{OP}}=r\,\overrightarrow{\mathrm{OA}}+s\,\overrightarrow{\mathrm{OB}}+t\,\overrightarrow{\mathrm{OC}}$　(ただし $r+s+t=1$)

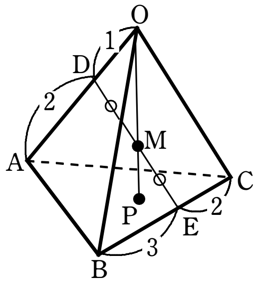
※問題によって「Part１」と「Part２」を使い分けるのだが、「Part１」の方が使用頻度が高い。

※「Part２」から学ぶべきは、**主方向３つのベクトルの「係数の和が１」**という事実。

$\boxed{1}$　四面体 OABC の辺 OA，OB，OC をそれぞれ１：2，１：1，２：1 に内分する点を順に D，E，F とする。頂点 O と △DEF の重心 G を通る直線が，3 点 A，B，C の定める平面 ABC と交わる点を P とするとき，$\overrightarrow{\mathrm{OP}}$ を $\overrightarrow{\mathrm{OA}}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}}$，$\overrightarrow{\mathrm{OC}}$ で表せ。



$\boxed{2}$ 四面体 OABC の辺 OA を 1：2 に内分する点を D，辺 BC を 3：2 に内分する点を E，線分 DE の中点を M とし，直線 OM と平面 ABC の交点を P とする。また，$\overrightarrow{OA}=\vec{a}$，$\overrightarrow{OB}=\vec{b}$，$\overrightarrow{OC}=\vec{c}$ とする。



(1) $\overrightarrow{OM}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ で表せ。

(2) $\overrightarrow{OP}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ で表せ。