

漸化式スペシャル①

[1] $a_{n+1} = p a_n + (an + b)$ 型

例題1 $a_1 = 1, a_{n+1} = 3a_n + 4n$ によって定められる数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

<解法①> 番号を1つずつ上げて, 2式の差をとる。そして, $b_n = a_{n+1} - a_n$ とおく。

<解法②> $f(n) = \alpha n + \beta$ とおき, $a_{n+1} = 3a_n + 4n$ が,
$$a_{n+1} - f(n+1) = 3\{a_n - f(n)\} \dots\dots ①$$
の形に変形できるように α, β の値を定める。

[2] 対数の利用

例題2 $a_1 = 1, a_{n+1} = 2\sqrt{a_n}$ で定められる数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

<解法> **両辺に \log をとる。**

<練習問題>

1 $a_1 = 1, a_{n+1} = 2a_n + 3n$ によって定められる数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

解答 $a_n = 7 \cdot 2^{n-1} - 3n - 3$

2 $a_1 = 5, a_{n+1} = 8a_n^2$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) によって定められる数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

解答 $a_n = \frac{1}{8} \cdot 40^{2^{n-1}}$