

## 漸化式スペシャル②

---

[1] 隣接3項間漸化式

**例題1**  $a_1=0, a_2=1, a_{n+2}-3a_{n+1}-10a_n=0$  によって定められる数列  $\{a_n\}$  の一般項を求めよ。

<解法>  $a_{n+2}-\beta a_{n+1}=\alpha(a_{n+1}-\beta a_n)$  の形を2通り作る。

**補足** これを変形すると

$$a_{n+2}-(\alpha+\beta)a_{n+1}+\alpha\beta a_n=0$$

となり、2次方程式の「解と係数の関係」を連想できます。

例題1の漸化式を2次方程式  $x^2-3x-10=0$  と見れば、その2解が  $\alpha, \beta$  です。

[2] 連立漸化式

**例題2** 次の条件によって定められる数列  $\{a_n\}$ ,  $\{b_n\}$  がある。

$$a_1=2, b_1=1, a_{n+1}=3a_n+b_n, b_{n+1}=a_n+3b_n$$

- (1) 数列  $\{a_n+b_n\}$  の一般項を求めよ。
- (2) 数列  $\{a_n-b_n\}$  の一般項を求めよ。
- (3) 数列  $\{a_n\}$ ,  $\{b_n\}$  の一般項を、それぞれ求めよ。

<練習問題>

**1** 次の条件によって定められる数列  $\{a_n\}$  の一般項を求めよ。

- (1)  $a_1=1, a_2=4, a_{n+2}+a_{n+1}-6a_n=0$
- (2)  $a_1=0, a_2=2, a_{n+2}-4a_{n+1}+4a_n=0$

**解答** (1)  $a_n = \frac{7 \cdot 2^{n-1} - 2(-3)^{n-1}}{5}$  (2)  $a_n = (n-1) \cdot 2^{n-1}$

**2** 次の条件によって定められる数列  $\{a_n\}$ ,  $\{b_n\}$  がある。

$$a_1=0, b_1=1, a_{n+1}=a_n+3b_n, b_{n+1}=a_n-b_n$$

- (1) 数列  $\{a_n+b_n\}$ ,  $\{a_n-3b_n\}$  の一般項を、それぞれ求めよ。
- (2) 数列  $\{a_n\}$ ,  $\{b_n\}$  の一般項を、それぞれ求めよ。

**解答** (1)  $a_n+b_n=2^{n-1}, a_n-3b_n=-3(-2)^{n-1}$   
(2)  $a_n = \frac{3 \cdot 2^{n-1} - 3(-2)^{n-1}}{4}, b_n = \frac{2^{n-1} + 3(-2)^{n-1}}{4}$