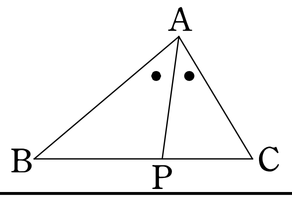
図形の性質（１）「角の２等分線」「外心･内心･重心」「三角形の成立条件」「円に内接する四角形」「接線の長さ」

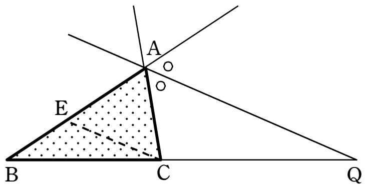
＜角の２等分線の定理＞

定理　△ABC の∠A の二等分線と対辺 BC との交点を P とするとき、P は BC を $AB:AC$ に内分する。すなわち

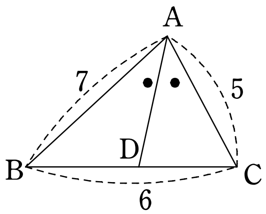
$$BP:PC=AB:AC$$



＜参考＞　AB＞AC である △ABCの頂点 A における外角の二等分線と辺 BCの延長との交点 Q は，辺 BCを AB：ACに外分する。つまり、$\boxed{AB:AC=BQ:QC}$

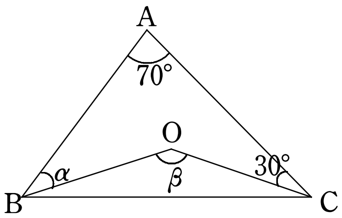


1　△ABC において、∠A の二等分線が対辺 BC と交わる点を D とする。$AB=7$ 、$AC=5$ 、$BC=6$ のとき、BD の長さを求めよ。

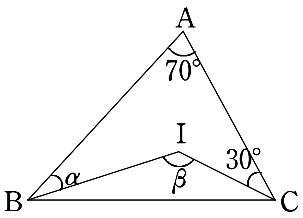


2　△ABC の外心を O 、内心を I とする。下図の角 α 、β を求めよ。

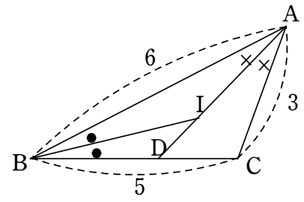
（1）



（2）

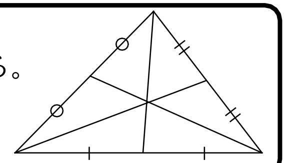


3　3辺が $AB=6$ 、$BC=5$ 、$CA=3$ である△ABC の内心を I とし、直線 AI と辺 BC の交点を D とする。$AI:ID$ を求めよ。



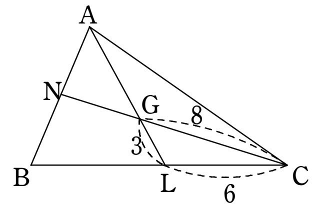
＜三角形の重心＞

定理　三角形の3本の中線は1点で交わる。
その交点は、それぞれの中線を 2:1 に内分する。



4　右の図において、点 G は△ABC の重心である。次の線分の長さを求めよ。

（1）BL　（2）AG　（3）GN



＜三角形の成立条件＞

3 辺の長さが a，b，c である三角形が存在する　⇔　$|b-c|<a<b+c$

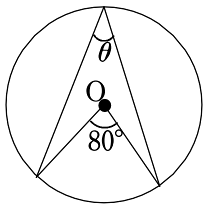
5　次の長さの線分を3辺とする三角形が存在するかどうか調べよ。

（1）2、4、6　（2）5、8、15　（3）3、7、8

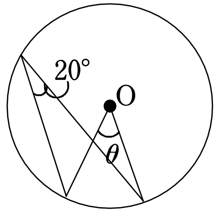
＜円周角＞

6　下の図で、角 θ を求めよ。ただし、O は円の中心である。

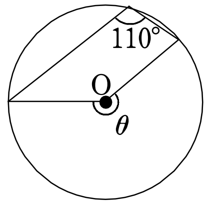
（1）



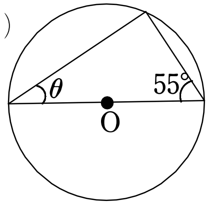
（2）



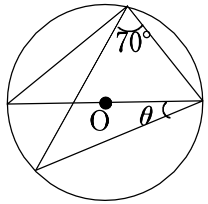
（3）



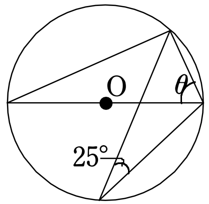
（4）



（5）



（6）

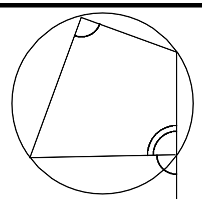


＜円に内接する四角形＞

定理　　円に内接する四角形では

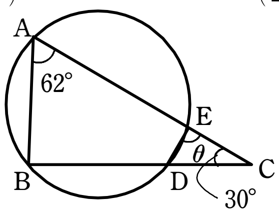
（1）　対角の和は 180° である。

（2）　外角は、それと隣り合う内角の対角に等しい。

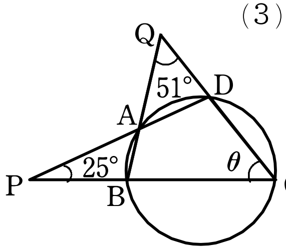


7　下の図において，角 θ を求めよ。（O は円の中心）

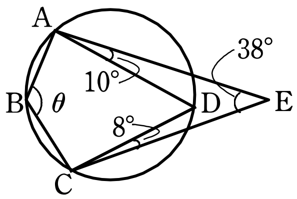
（1）



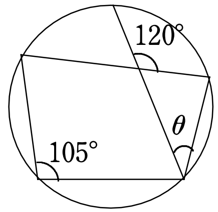
（2）



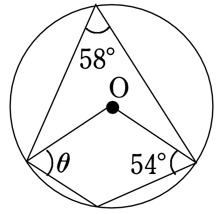
（3）



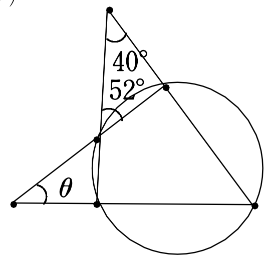
（4）



（5）



（6）



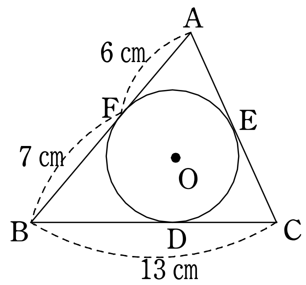
＜接線の長さ＞

定理　　円の外部の1点からその円に引いた2本の接線において、
　その点から2つの接点までの距離は等しい。

8　右の図において、円Oは△ABC の内接円で、D、E、F は接点である。次の問いに答えよ。

（1）　線分BDはどの線分に等しいか。

（2）　辺ACの長さを求めよ。



9　右の図のように、$AB=15$ ㎝ 、$BC=12$ ㎝ 、$AC=9$ ㎝ 、$\angle C=90°$ の直角三角形ABCがある。これに内接する円と各辺との接点をそれぞれD、E、F とするとき、次の問いに答えよ。

（1）　内接円 I の半径の長さを求めよ。

（2）　線分BDの長さを求めよ。