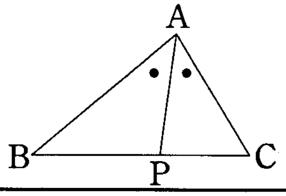
図形の性質（1）「角の２等分線」「外心･内心･重心」「三角形の成立条件」「円に内接する四角形」「接線の長さ」

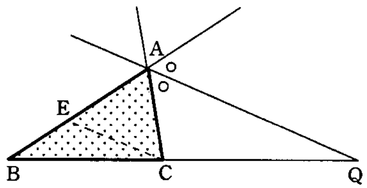
＜角の２等分線の定理＞

定理　$\triangle ABC$ の $\angle A$ の二等分線と対辺 BC との交点を P とするとき、P は BC を $AB:AC$ に内分する。すなわち

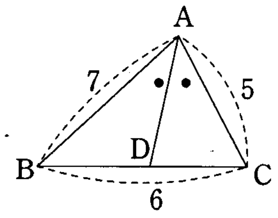
$BP:PC=AB:AC$



＜参考＞　AB＞AC である △ABCの頂点Aにおける外角の二等分線と辺 BCの延長との交点 Qは，辺 BCを AB：ACに外分する。つまり、$\boxed{AB:AC=BQ:QC}$



1　$\triangle ABC$ において、$\angle A$ の二等分線が対辺 BC と交わる点を D とする。$AB=7$、$AC=5$、$BC=6$ のとき、BD の長さを求めよ。



$BD=x$ とおく。

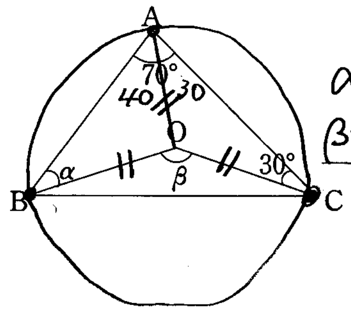
$7:5=x:(6-x)$

$5x=42-7x$

$12x=42$　$\therefore x=\frac{7}{2}$ $(=BD)$

2　$\triangle ABC$ の外心を O、内心を I とする。下図の角 α、β を求めよ。

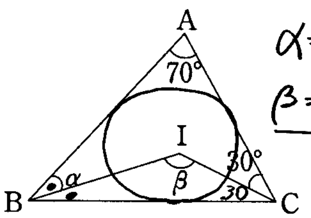
（1）



$\alpha=40°$

$\beta=140°$

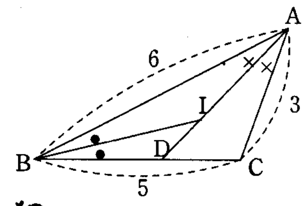
（2）



$\alpha=25°$

$\beta=125°$

3　3辺が $AB=6$、$BC=5$、$CA=3$ である $\triangle ABC$ の内心を I とし、直線 AI と辺 BC の交点を D とする。$AI:ID$ を求めよ。



$BD=x$ とする。

$6:3=x:(5-x)$

$3x=30-6x$

$9x=30$

$x=\frac{10}{3}$ $(=BD)$

$AI:ID=6:\frac{10}{3}$

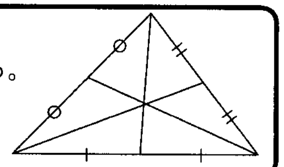
$=18:10$

$=9:5$

＜三角形の重心＞

定理　三角形の3本の中線は1点で交わる。

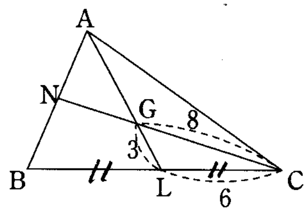
その交点は、それぞれの中線を2:1に内分する。



4　右の図において、点 G は $\triangle ABC$ の重心である。次の線分の長さを求めよ。

（1）BL　（2）AG　（3）GN

$=6$　$=6$　$=4$



＜三角形の成立条件＞

3辺の長さが a, b, c である三角形が存在する　$\Leftrightarrow$　$|b-c|<a<b+c$

5　次の長さの線分を3辺とする三角形が存在するかどうか調べよ。

（1）2、4、6　（2）5、8、15　（3）3、7、8

$6=2+4$　存在しない。

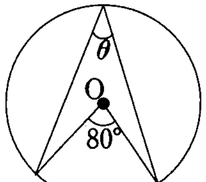
$15>5+8$　存在しない。

$8<3+7$　存在する。

＜円周角＞

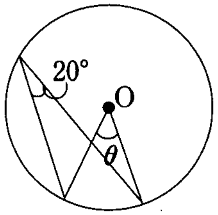
6　下の図で、角θを求めよ。ただし、Oは円の中心である。

（1）



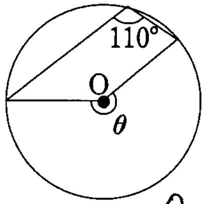
$\theta = 40°$

（2）



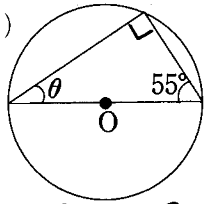
$\theta = 40°$

（3）



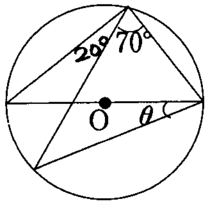
$\theta = 220°$

（4）



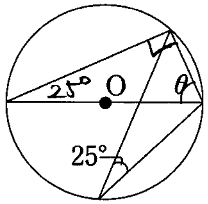
$\theta = 35°$

（5）



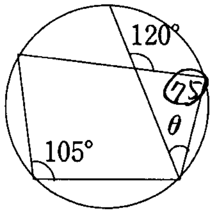
$\theta = 20°$

（6）



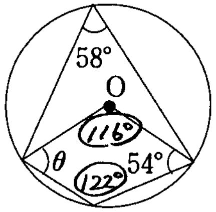
$\theta = 65°$

（4）



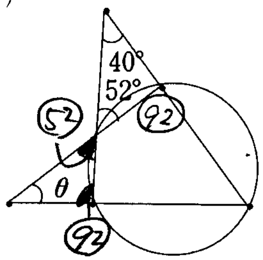
$\theta = 45°$

（5）



$\theta = 68°$

（6）



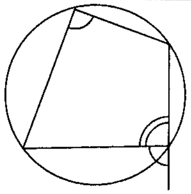
$\theta = 36°$

＜円に内接する四角形＞

定理　　円に内接する四角形では

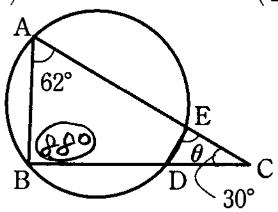
（1）　対角の和は180°である。

（2）　外角は、それと隣り合う内角の対角に等しい。



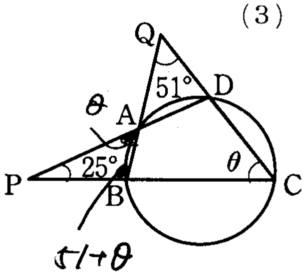
7　下の図において，角θを求めよ。（Oは円の中心）

（1）



$\theta = 88°$

（2）

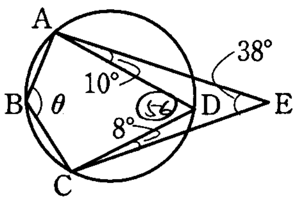


$\theta + 25° + (51° + \theta) = 180°$

$2\theta = 104°$

$\theta = 52°$

（3）



$\theta = 124°$

＜接線の長さ＞

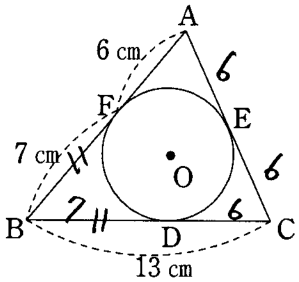
定理　　円の外部の1点からその円に引いた2本の接線において、
その点から2つの接点までの距離は等しい。

8　右の図において、円Oは△ABCの内接円で、D、E、Fは接点である。次の問いに答えよ。

（1）　線分BDはどの線分に等しいか。　線分BF

（2）　辺ACの長さを求めよ。

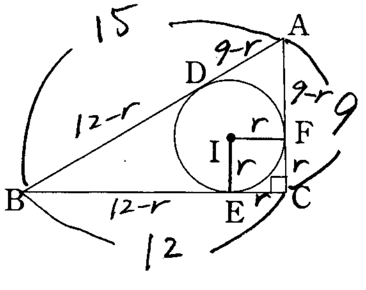
$AC = 12$ cm



9　右の図のように、$AB = 15$ cm、$BC = 12$ cm、$AC = 9$ cm、$\angle C = 90°$ の直角三角形ABCがある。これに内接する円と各辺との接点をそれぞれD、E、Fとするとき、次の問いに答えよ。

（1）　内接円Iの半径の長さを求めよ。

（2）　線分BDの長さを求めよ。



(1) $(12-r)+(9-r)=15$

$-2r = -6 \quad \therefore r = 3$ cm

(2) $BD = 9$ cm