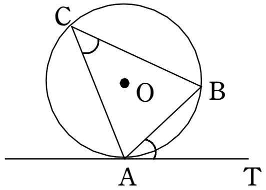
図形の性質（２）「接弦定理」「方べきの定理」「チェバの定理」「メネラウスの定理」「面積比」

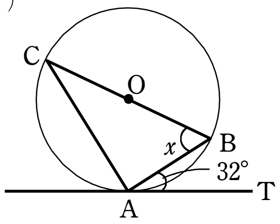
＜接弦定理＞

定理　　円の接線とその接点を通る弦のつくる角は、その角の内部にある弧に対する円周角に等しい。

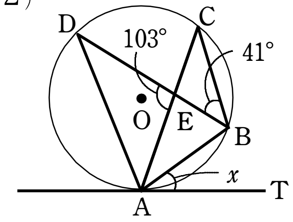


$\boxed{1}$　AT は円の接線で、点 A は接点である。$\angle x$、$\angle y$ の大きさを求めよ。

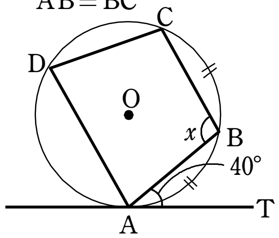
（１）



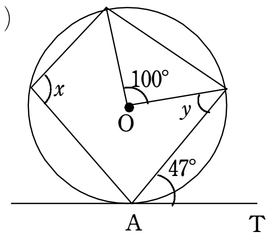
（２）



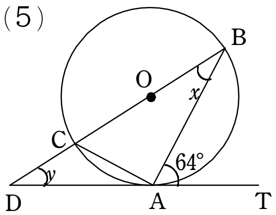
（３）$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{BC}$



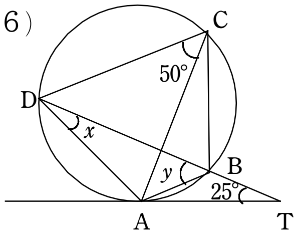
（４）



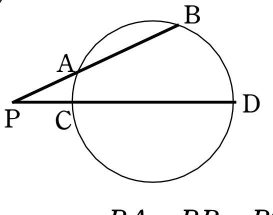
（５）

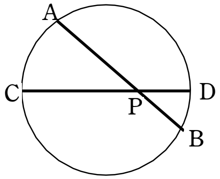


（６）

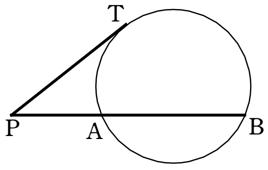


＜方べきの定理＞





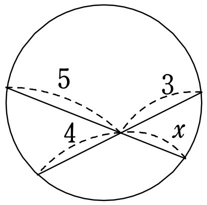
$PA\cdot PB=PC\cdot PD$



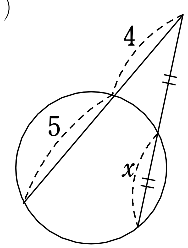
$PT^2=PA\cdot PB$

$\boxed{2}$　下の図において、x の値を求めよ。

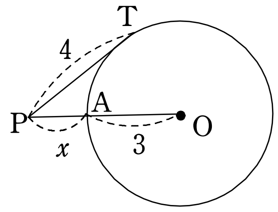
（１）



（２）



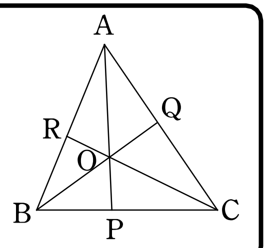
（３）PT は円 O の接線



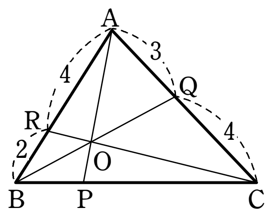
＜チェバの定理＞

$\triangle ABC$ の頂点 A、B、C と、三角形の内部の点 O を結ぶ直線 AO、BO、CO が、辺 BC、CA、AB と交わる点を、それぞれ P、Q、R とするとき、次の等式が成り立つ。

$$\frac{BP}{PC}\cdot\frac{CQ}{QA}\cdot\frac{AR}{RB}=1$$



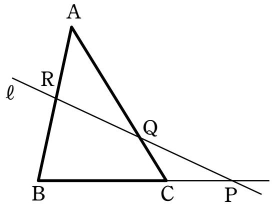
$\boxed{3}$　下の図において，BP：PC を求めよ。



＜メネラウスの定理＞

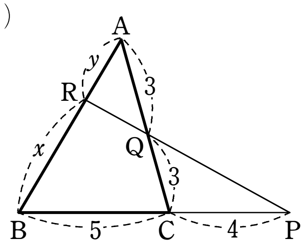
△ABC の辺 BC，CA，AB またはその延長が，三角形の頂点を通らない 1 つの直線 ℓ とそれぞれ点 P，Q，R で交わるとき，次の等式が成り立つ。

$$\frac{\mathrm{BP}}{\mathrm{PC}}\cdot\frac{\mathrm{CQ}}{\mathrm{QA}}\cdot\frac{\mathrm{AR}}{\mathrm{RB}}=1$$

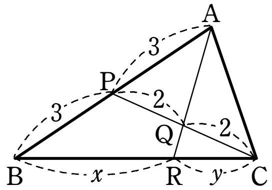


$\boxed{4}$　下の図において，$x:y$ を求めよ。

（1）



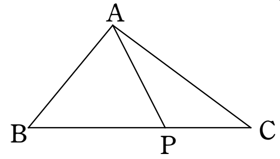
（2）



＜三角形の面積比＞

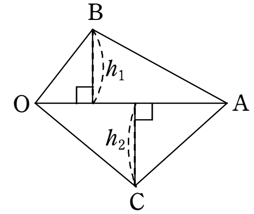
① 高さが等しい 2 つの三角形の面積の比は、底辺の長さの比に等しい。

$$\frac{\triangle ABP}{\triangle ACP}=\frac{BP}{CP}$$



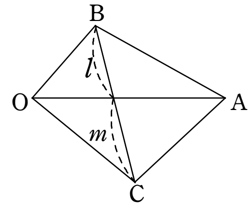
② 底辺の長さが等しい 2 つの三角形の面積の比は、高さの比に等しい。

$$\frac{\triangle OAB}{\triangle OAC}=\frac{h_1}{h_2}$$



③ 底辺 OA を共有する△OAB、△OAC において、2 直線 OA、BC が点 P で交わるとすると

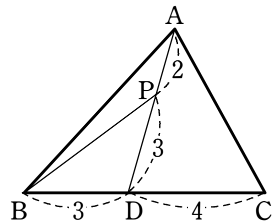
$$\frac{\triangle OAB}{\triangle OAC}=\frac{l}{m}$$



$\boxed{5}$（1） 下の図において，次の値を求めよ。

① $\dfrac{\triangle \mathrm{ABD}}{\triangle \mathrm{ABC}}$

② $\dfrac{\triangle \mathrm{ABP}}{\triangle \mathrm{ABC}}$



（2） △ABC の重心を G とし，2 点 A，G から直線 BC に下ろした垂線を，それぞれ AH，GK とする。
面積比 △ABC：△GBC を求めよ。